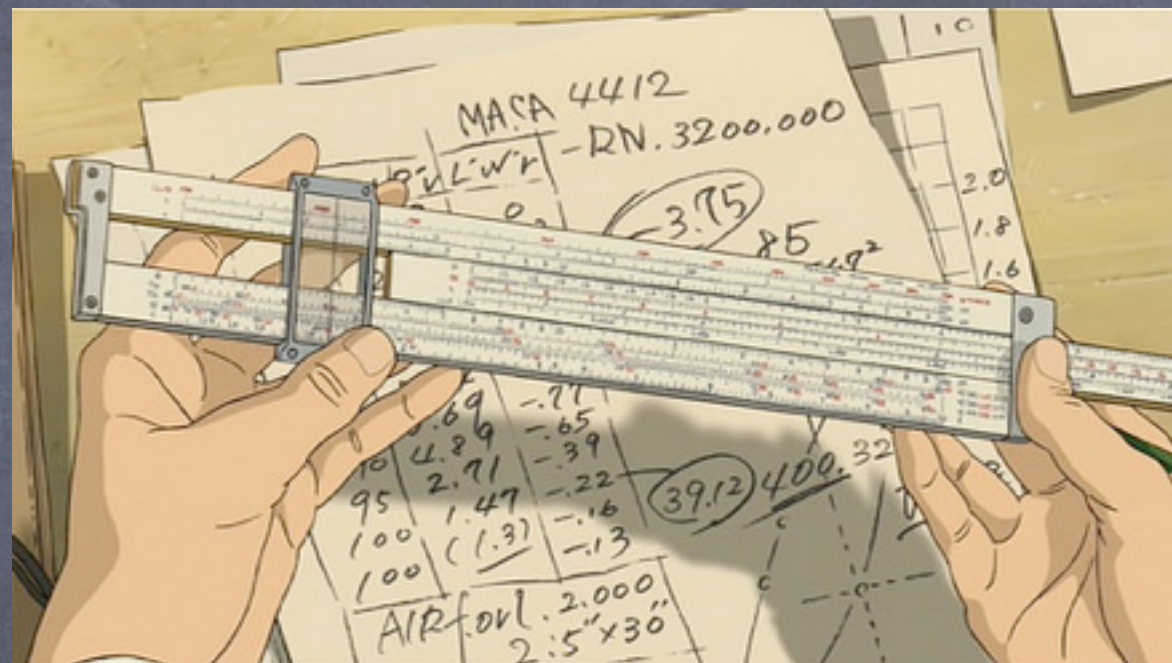


La Regla de Cálculo

El cálculo analógico anterior a la era digital



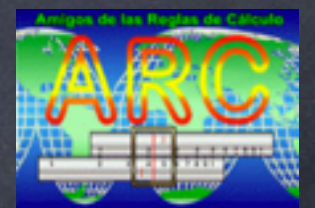
Juan Carlos Lancha

Profesor Asociado

ETSI Caminos, Canales y Puertos
UCLM



Con la colaboración de



www.reglasdec calculo.com

Con reglas de cálculo se pudo ir a la Luna

- Reglas Pickett N600 viajaron a bordo de 5 misiones Apollo
 - Neil Armstrong, Buzz Aldrin y Michael Collins llegaron a la luna a bordo del Apollo 11 en julio de 1,969, llevaban reglas de cálculo Pickett N600 T con ellos
 - “We went to the moon with slide rules, I didn’t even have my first full-function calculator until 1972”.
Norman Chaffee



Pickett N600-T fabricada en Aluminio en 1960



[PICKETT & ECKEL] Chicago (USA)

- Fundada en 1,943 por Pickett & Eckel en Chicago
 - Tras el abandono de Eckel en 1,964 se muda a California y se renombra como "Pickett".
 - Inicialmente producía las reglas de una aleación de magnesio
 - Su producción masiva es en aluminio
 - Sus modelos N3 y N4 de 32 escalas fueron muy populares
 - A partir de 1,950 introducen los modelos amarillos "ES" (Eye saver" para mejorar la precisión y confort de lectura
 - Su popular modelo N600 viajó a bordo de 5 misiones Apollo.



Pickett N4-ES cortesía de www.reglasdecalculo.com



F16 Lockheed Martin



Golden Gate

Sumar 4 deslizando dos reglas



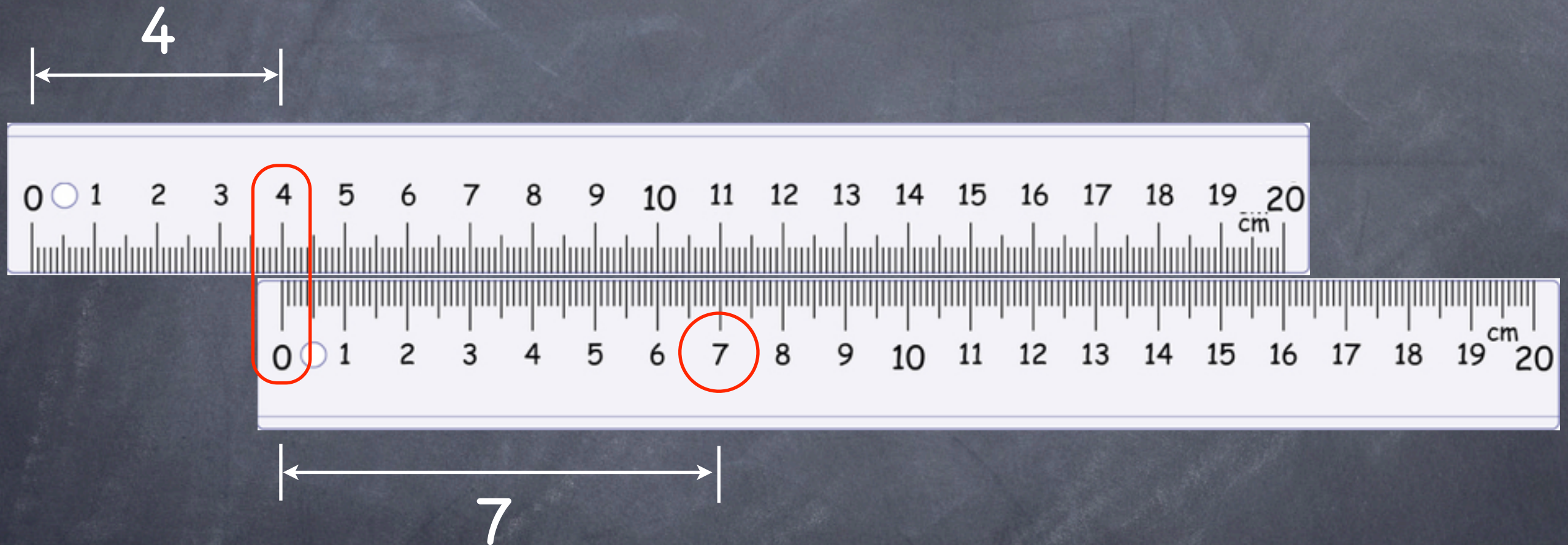
Sumar 4 deslizando dos reglas

$$4 + 7 = 11$$



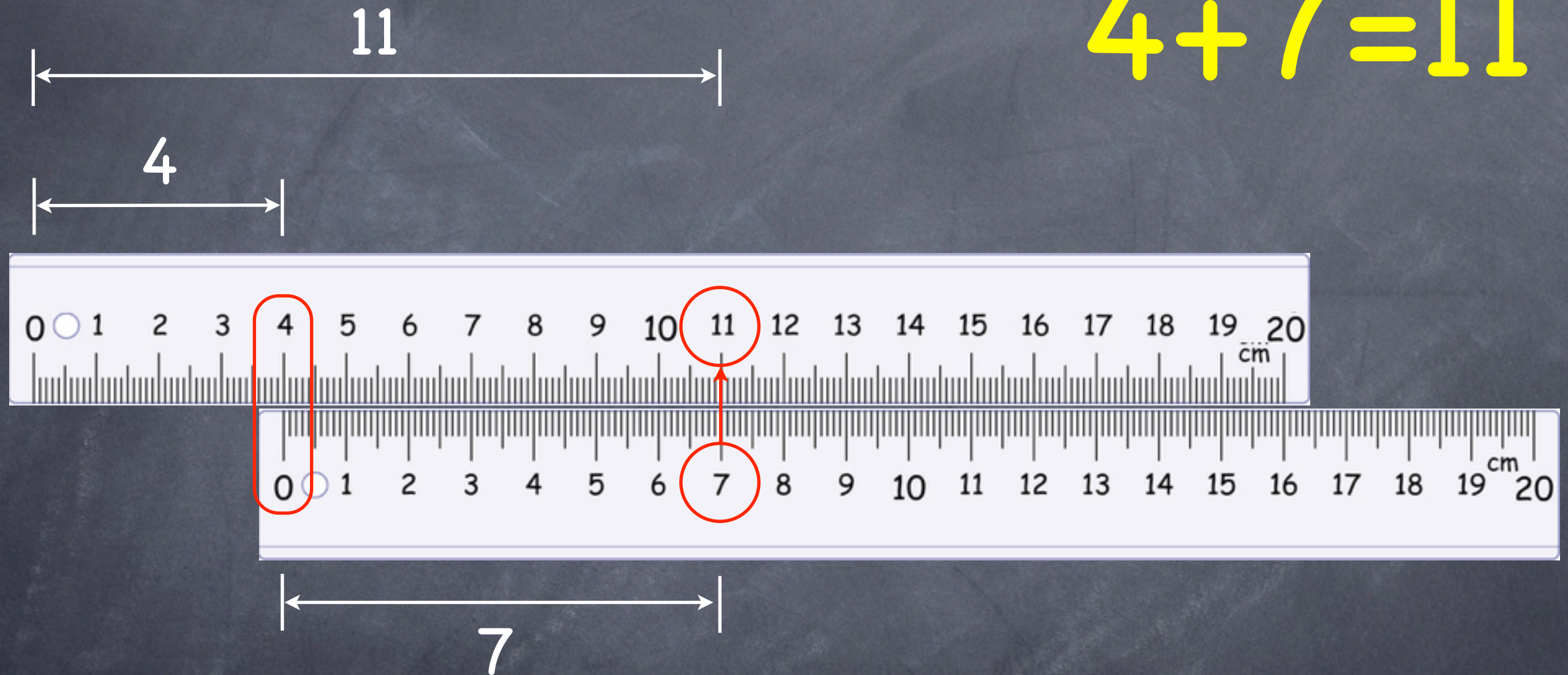
Sumar 4 deslizando dos reglas

$$4 + 7 = 11$$

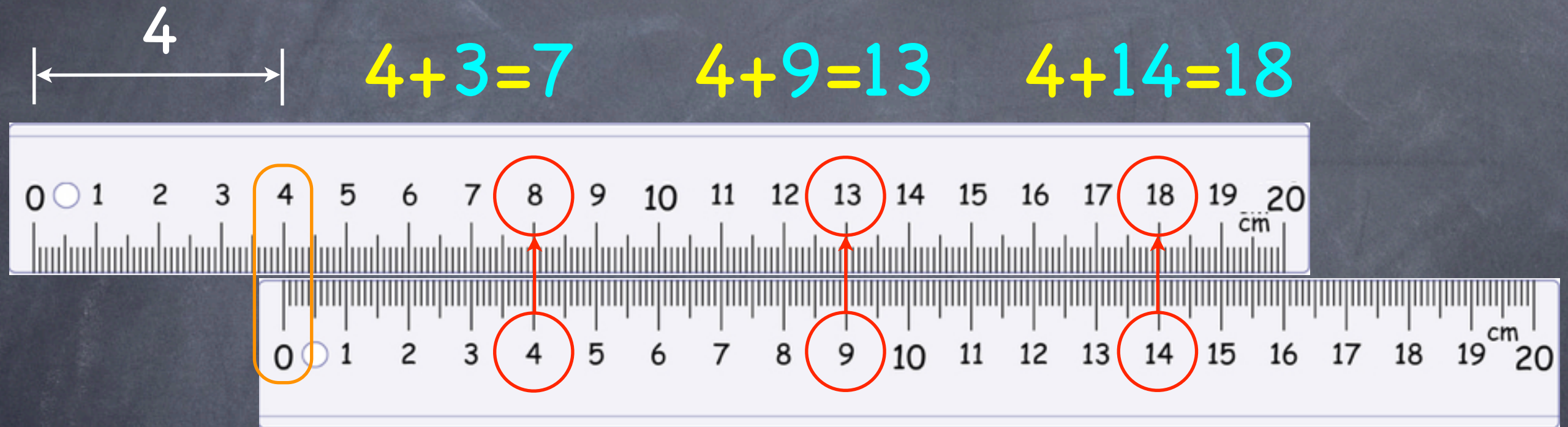


Sumar 4 deslizando dos reglas

$$4 + 7 = 11$$



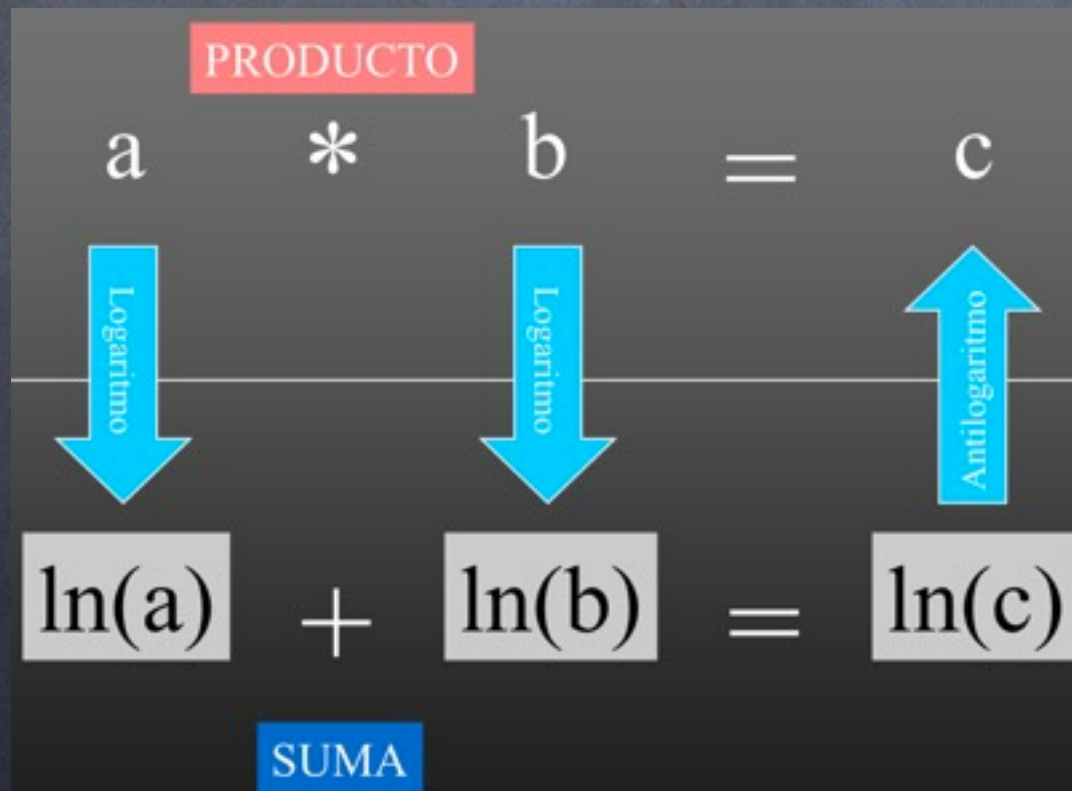
La tabla de sumar del 4



John Napier inventa los logaritmos [1,614]

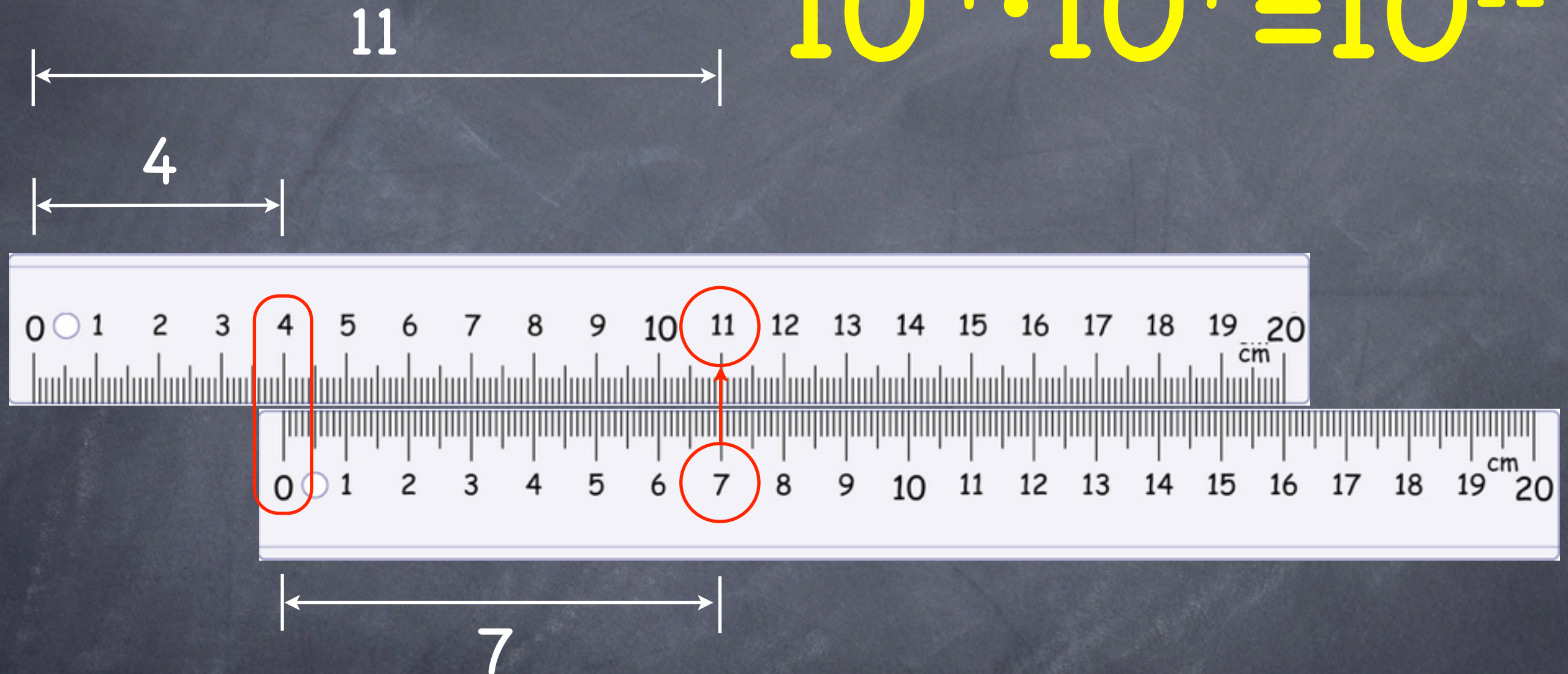
- John Napier (1550–1617)
 - Terrateniente escocés, matemático, físico y astrónomo
 - Inventa los logaritmos para simplificar las operaciones de multiplicación y división

$$e^{(a \cdot b)} = e^a + e^b$$



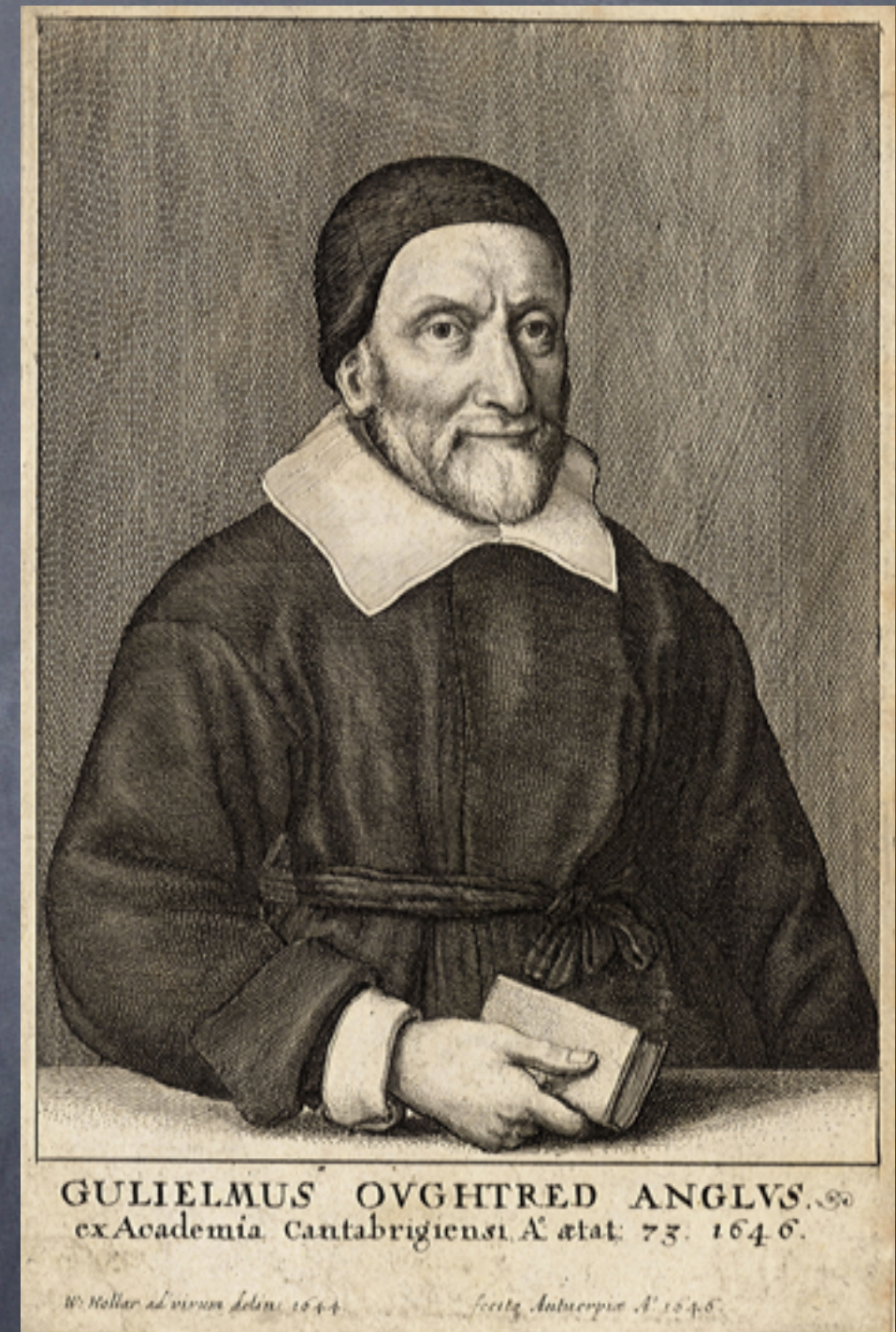
Multiplicar deslizando dos reglas

$$10^4 \cdot 10^7 = 10^{11}$$



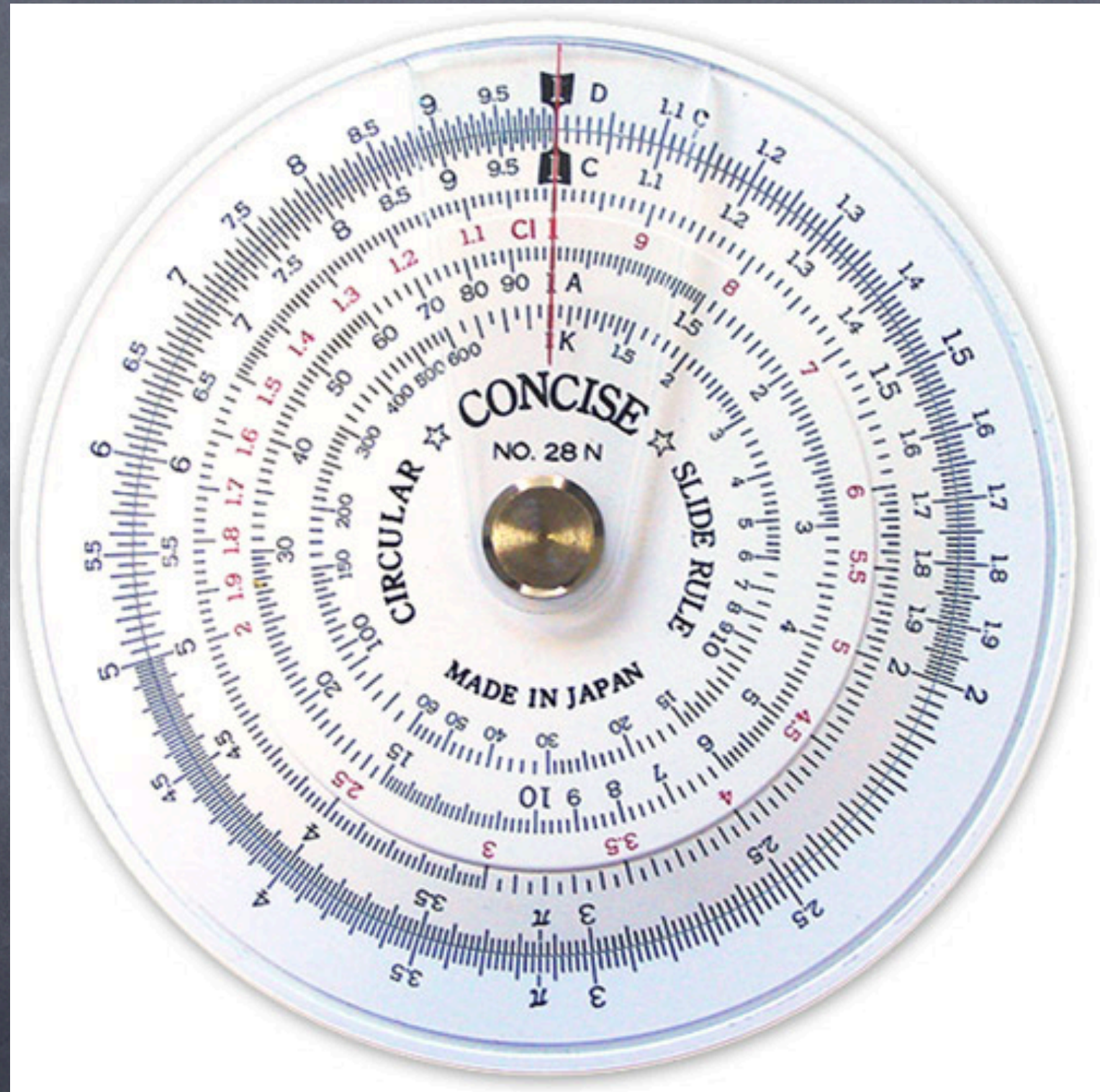
William Oughtred. La regla de cálculo [1,622]

- William Oughtred (1574–1660)
 - Sacerdote y matemático inglés
 - Introduce por primera vez
 - El símbolo "x" para la multiplicación
 - Los símbolos "sin" y "cos" en trigonometría
 - Inventa la regla de cálculo en 1,622
 - Consiste en dos escalas logarítmicas lineales o circulares que deslizan una sobre otra



[CONCISE] Tokyo (Japón)

- Establecida en 1,949
 - Especializada en reglas circulares
 - Continúa fabricando y vendiendo reglas circulares hoy en día
 - Su modelo No.28N puede adquirirse por 1,200 JPY (10€)

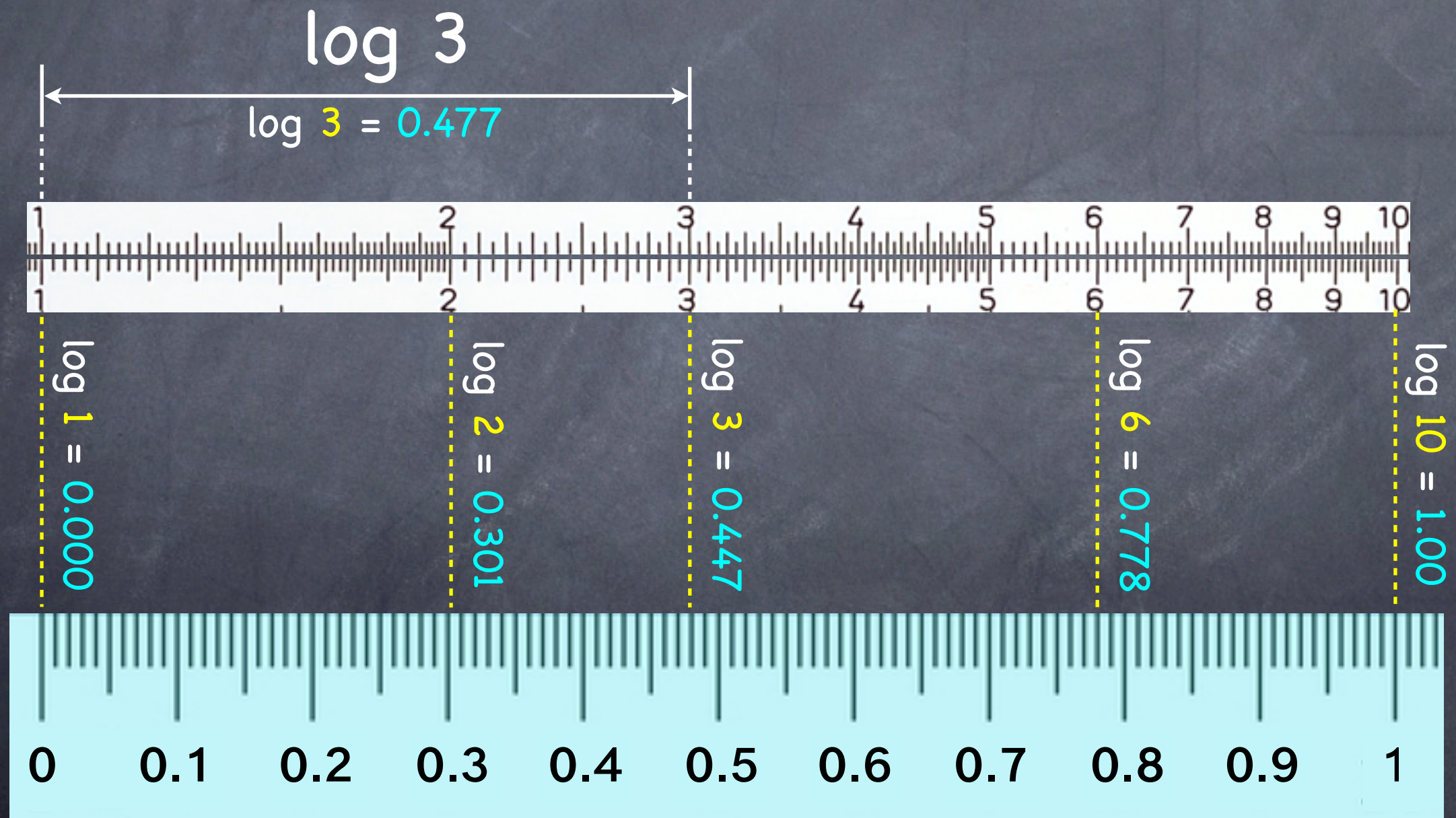


Breitling Navitimer [8,000 €]



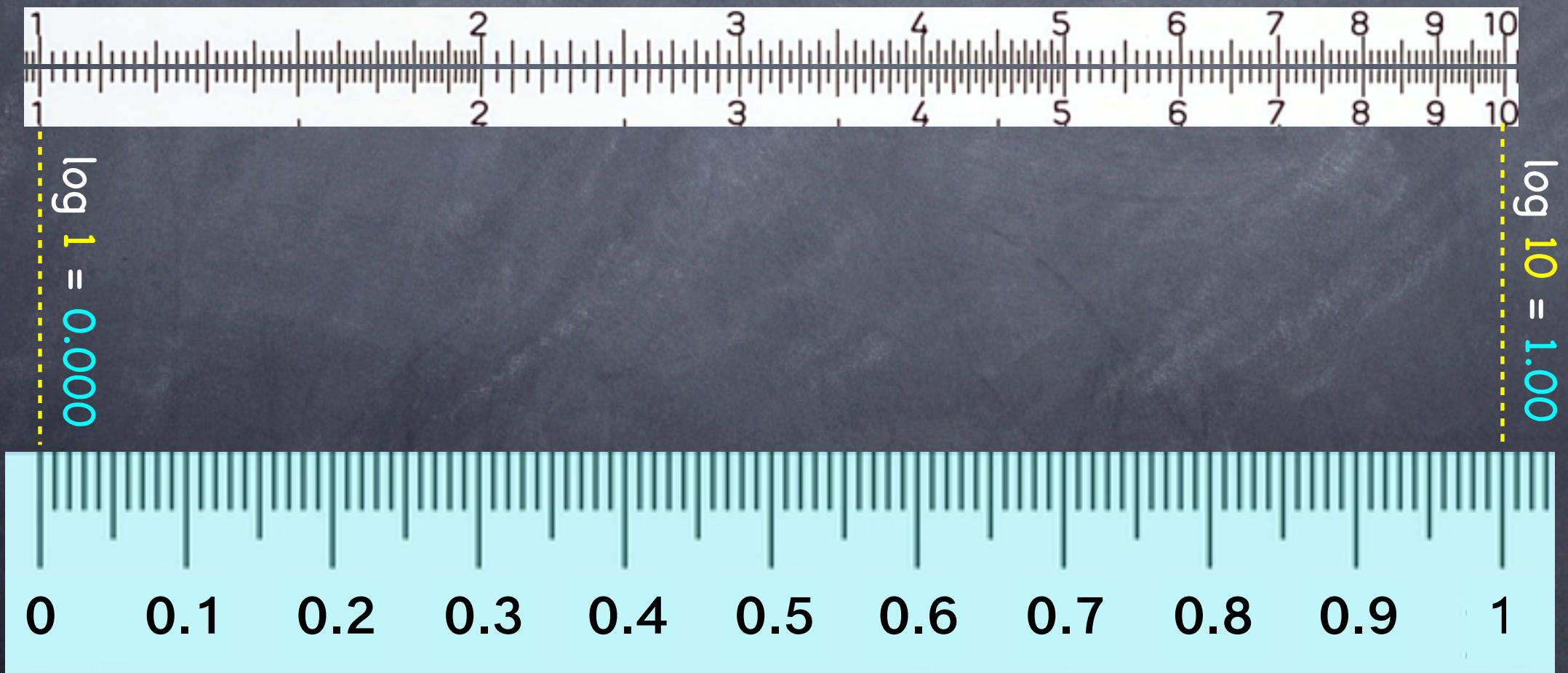
Multiplicar deslizando reglas logarítmicas

- En una regla con escala logarítmica
 - Las marcas están colocadas a distancias logarítmicas
 - Las cifras indican los números, no sus logaritmos



Multiplicar deslizando reglas logarítmicas

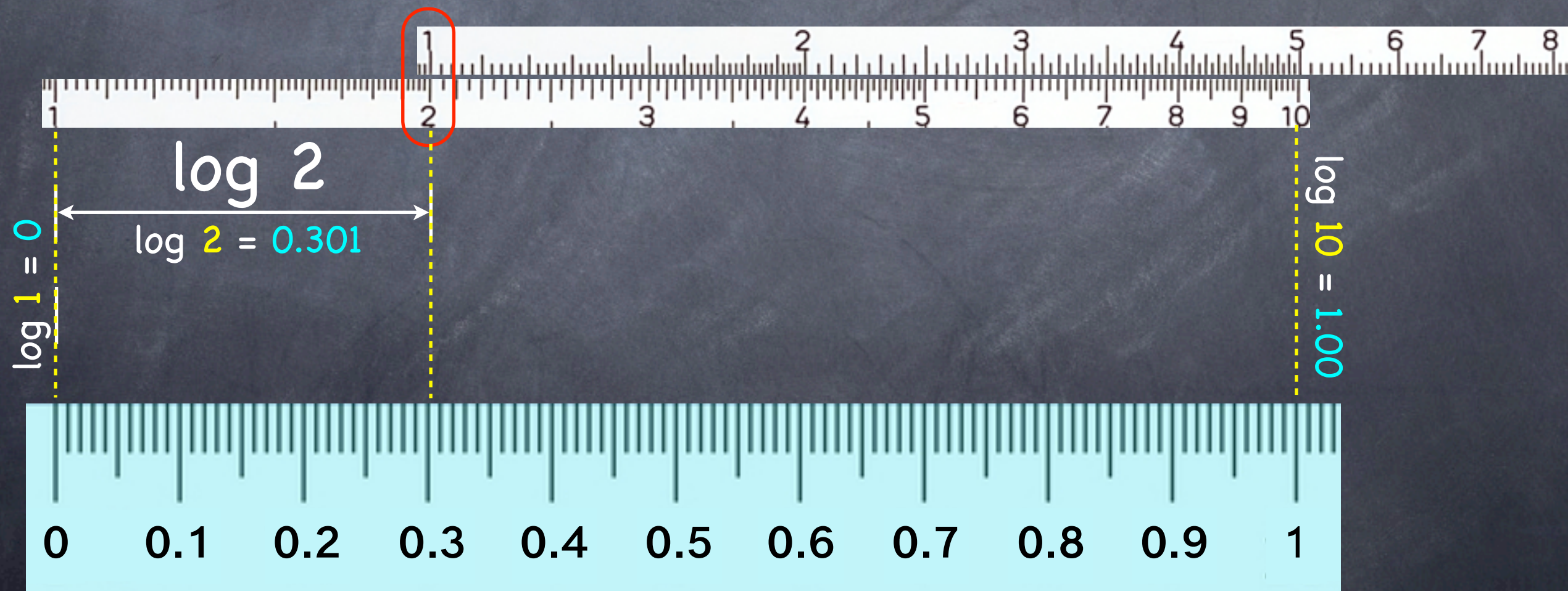
$$2 \times 3 = 6$$



Multiplicar deslizando reglas logarítmicas

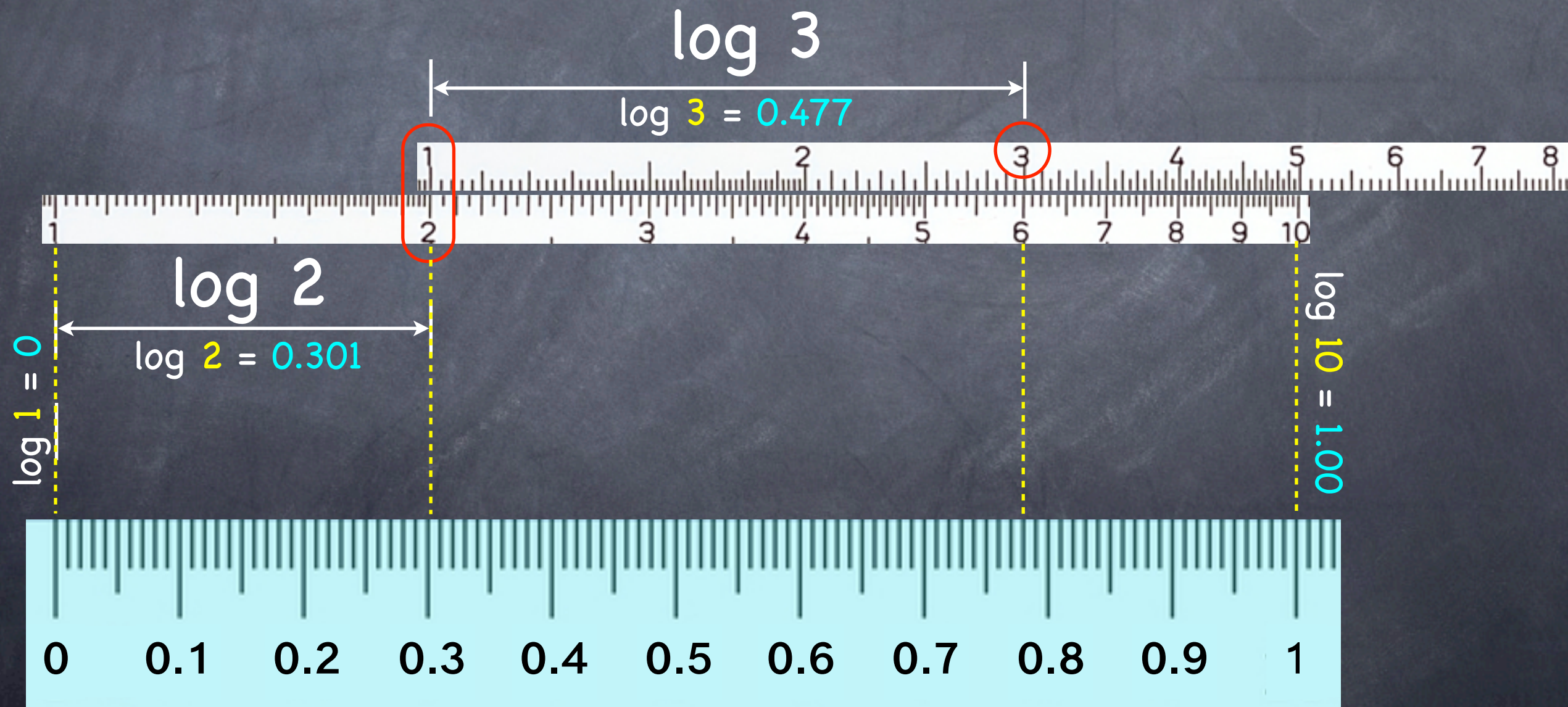
$$2 \times 3 = 6$$

$\log 2$
0.301



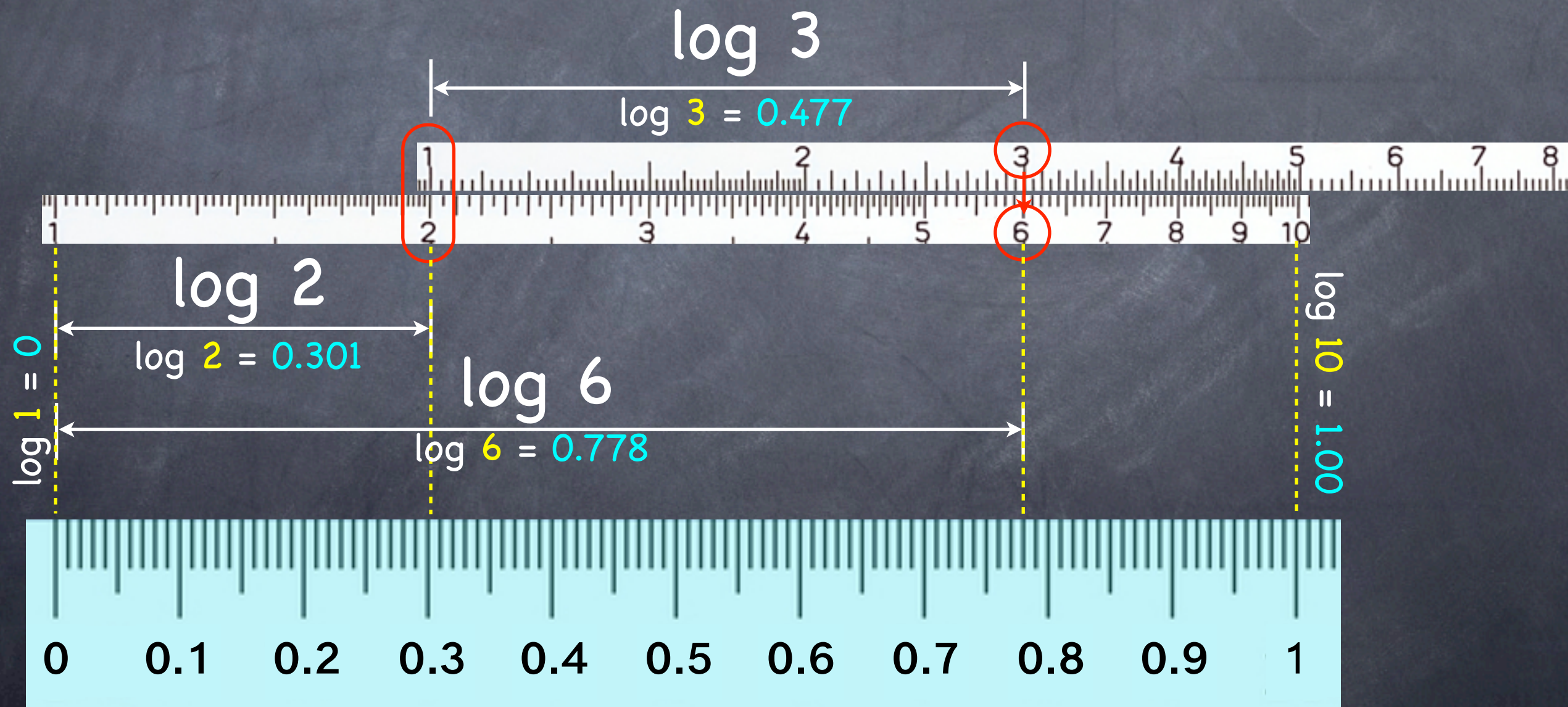
Multiplicar deslizando reglas logarítmicas

$$\begin{aligned} 2 \times 3 &= 6 \\ \log 2 + \log 3 \\ 0.301 + 0.477 \end{aligned}$$

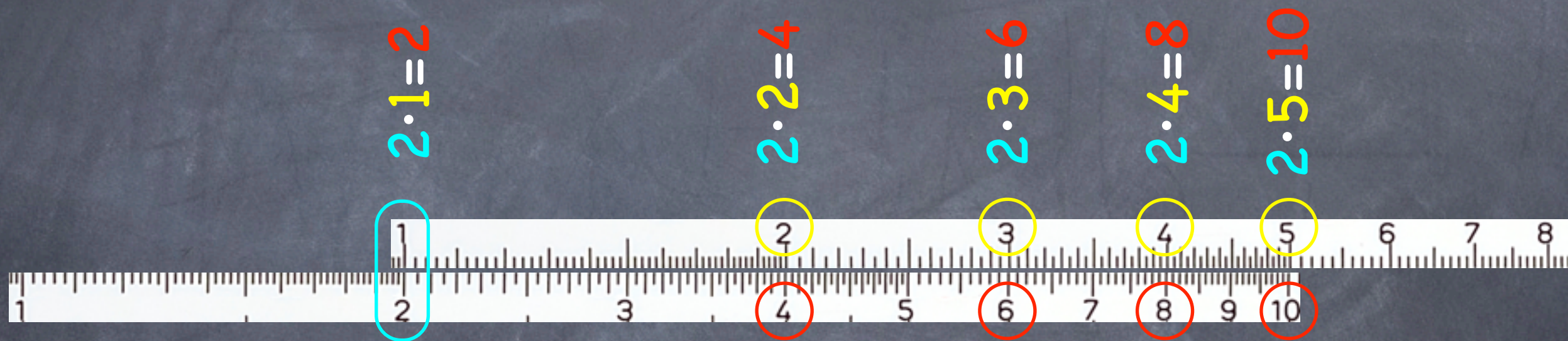


Multiplicar deslizando reglas logarítmicas

$$\begin{aligned} 2 \times 3 &= 6 \\ \log 2 + \log 3 &= \log 6 \\ 0.301 + 0.477 &= 0.778 \end{aligned}$$

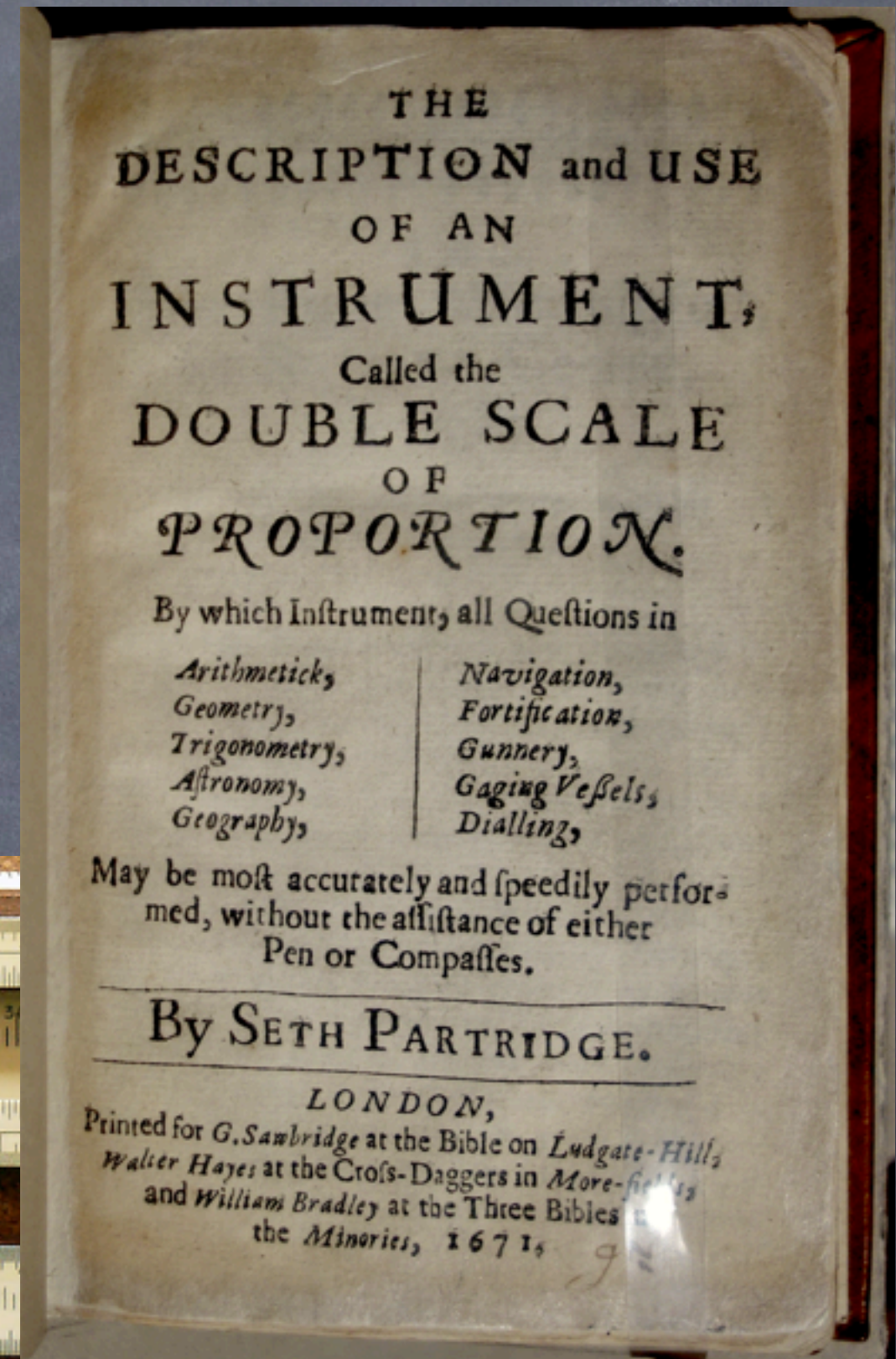
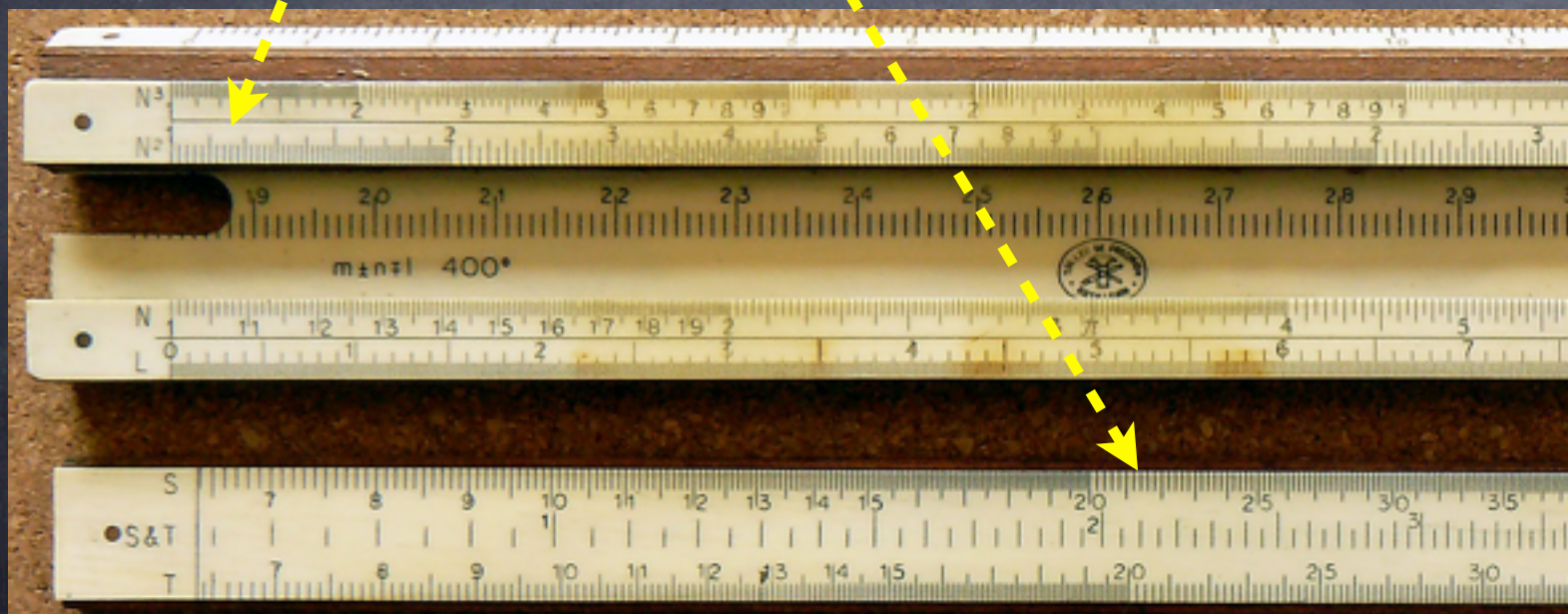


La tabla de multiplicar por 2



Seth Partridge: Cuerpo y Reglilla [1,657]

- Desarrolla la regla como la conocemos hoy día con:
 - Un **cuerpo** o regla formado por dos escalas fijas
 - Una **reglilla** que desliza entre las dos reglas fijas



Regla taquimétrica de Alcayde (1915) Academia de artillería [cortesía de www.photocalcul.com](http://www.photocalcul.com)

[ARISTO] Hamburgo-Altona (Alemania)

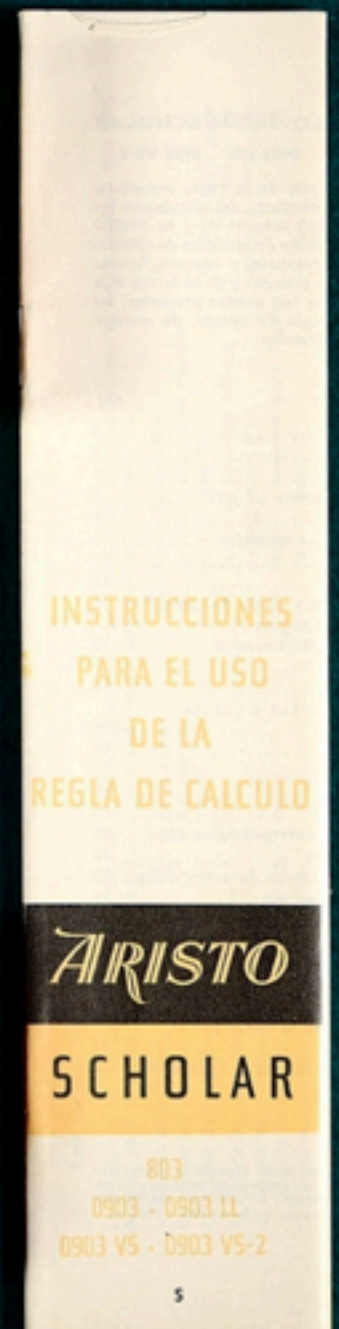
- Fundada en 1,862
 - Originalmente por J. C. Dennert
 - En 1,863 se asoció con M. Pape "DENNERT & PAPE"
 - Producen la primera regla de cálculo en 1,872
 - En 1,888 registran una patente para Celulide sobre Caoba
 - En 1,936 introducen el ASTRALON (PVC) y el nombre ARISTO
 - Ha producido cientos de modelos especializados



Aristo 868 cortesía de www.reglasdecalculo.com

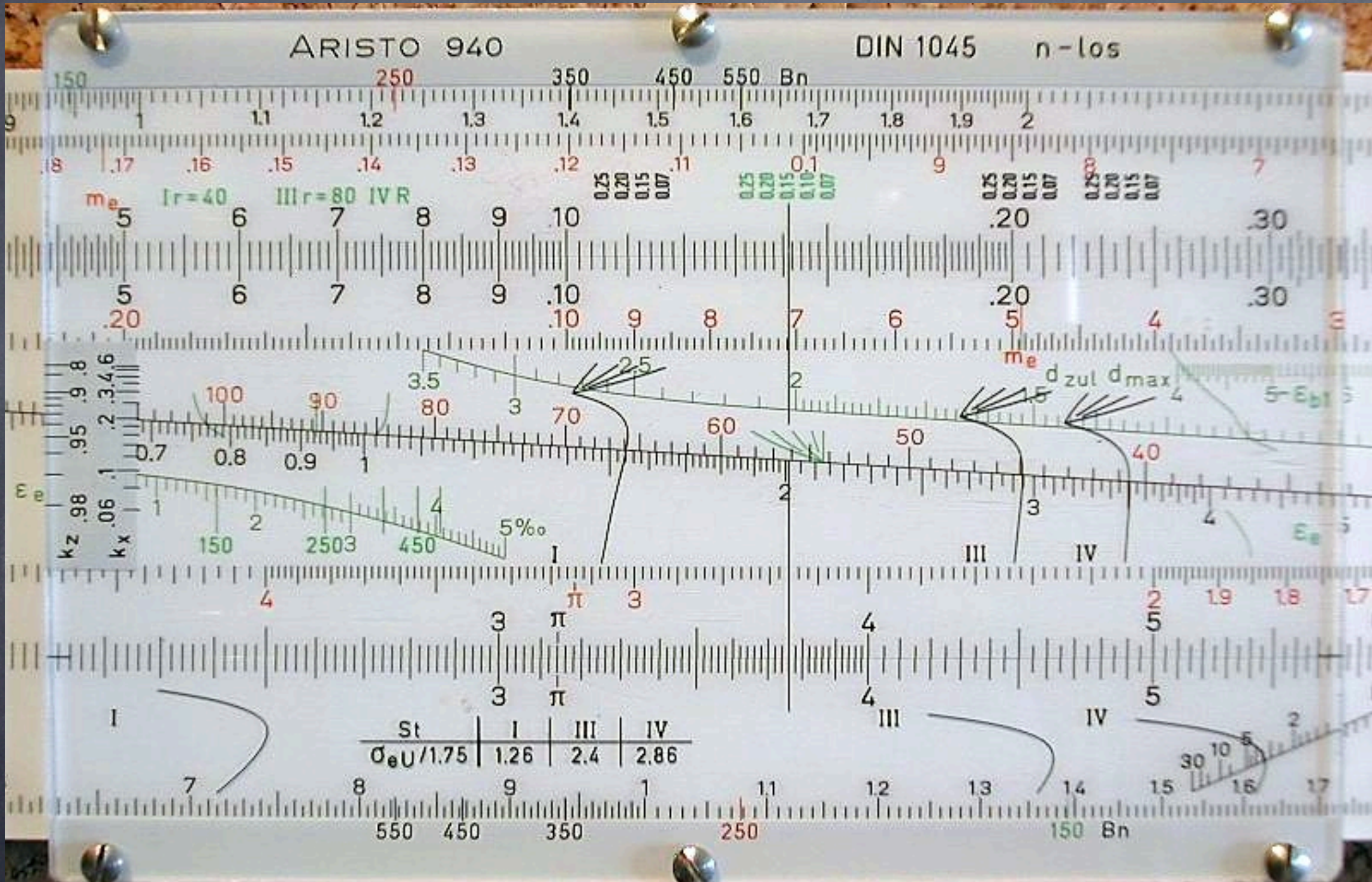
[ARISTO] Hamburgo-Altona (Alemania)

• Aristo 0903



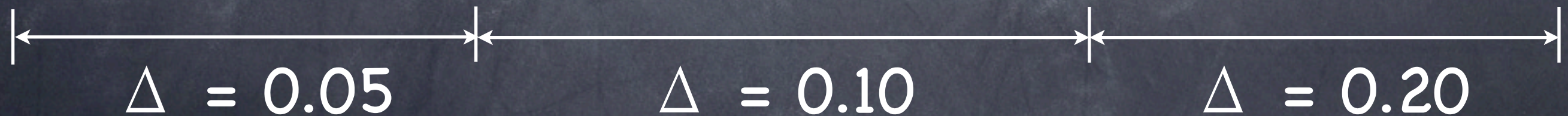
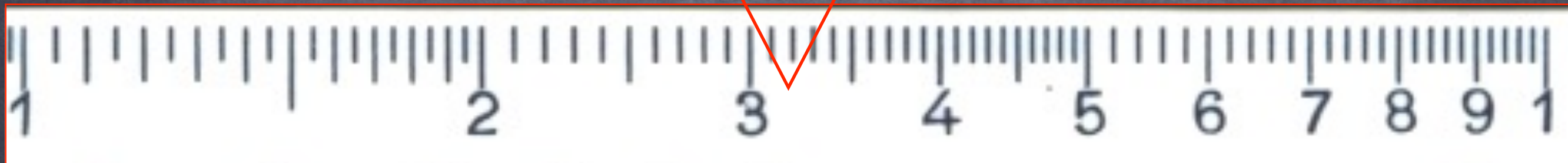
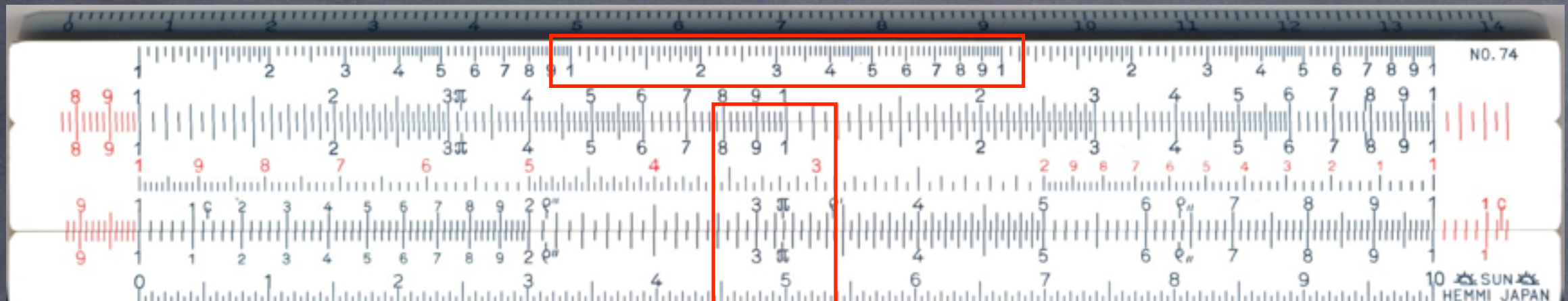
www.reglasdecalculo.com

[ARISTO] Hamburgo-Altona (Alemania)



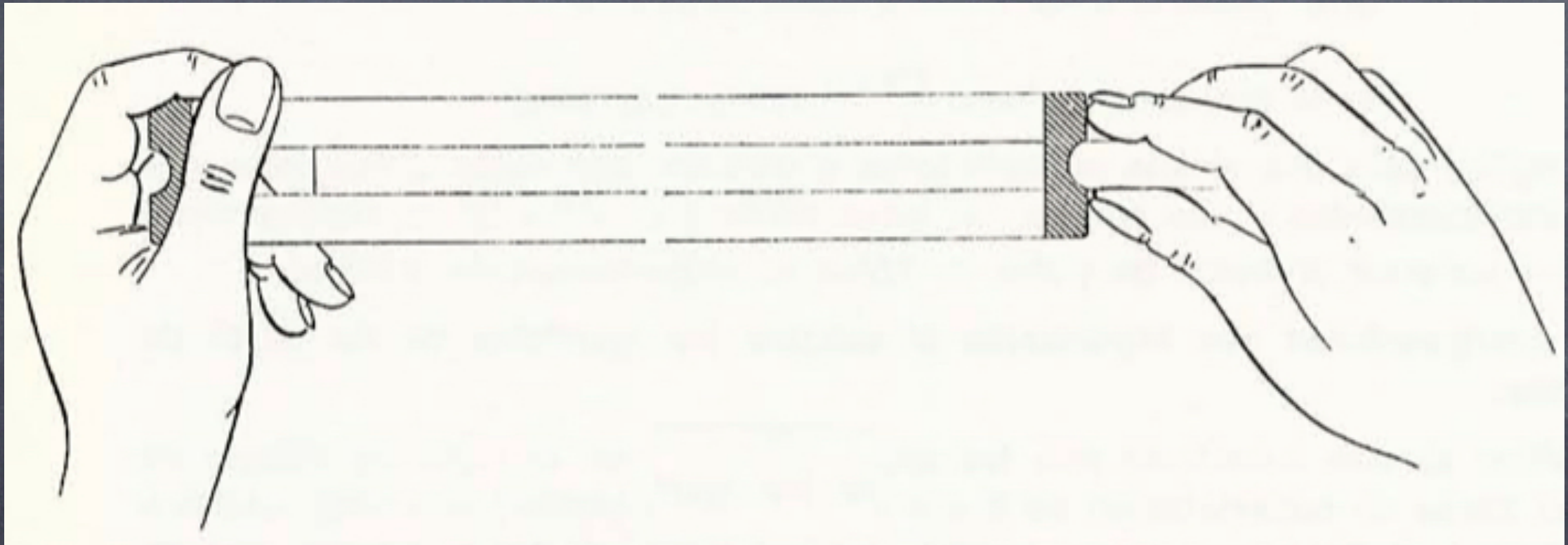
Detalle del cursor de una Aristo 940 para cálculo de hormigón armado **cortesía de** www.reglasdecalculo.com

Leer las escalas de una regla de cálculo



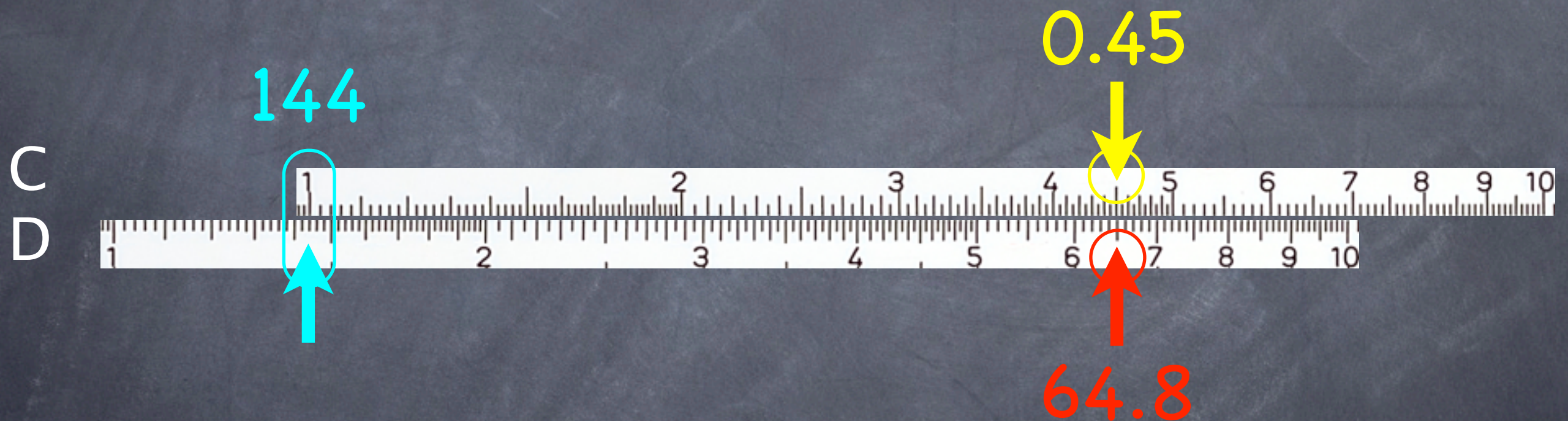
Multiplicar usando las escalas C y D

- Cómo coger y deslizar la regla



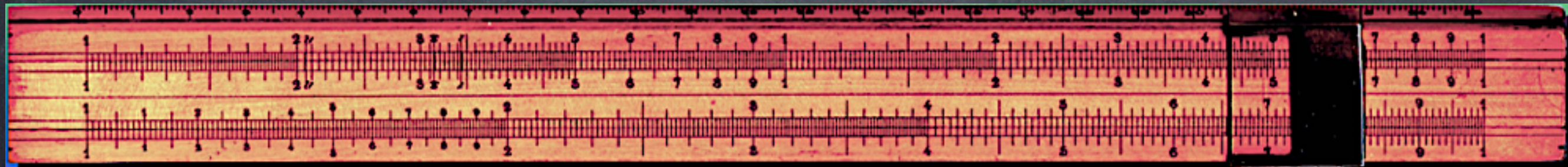
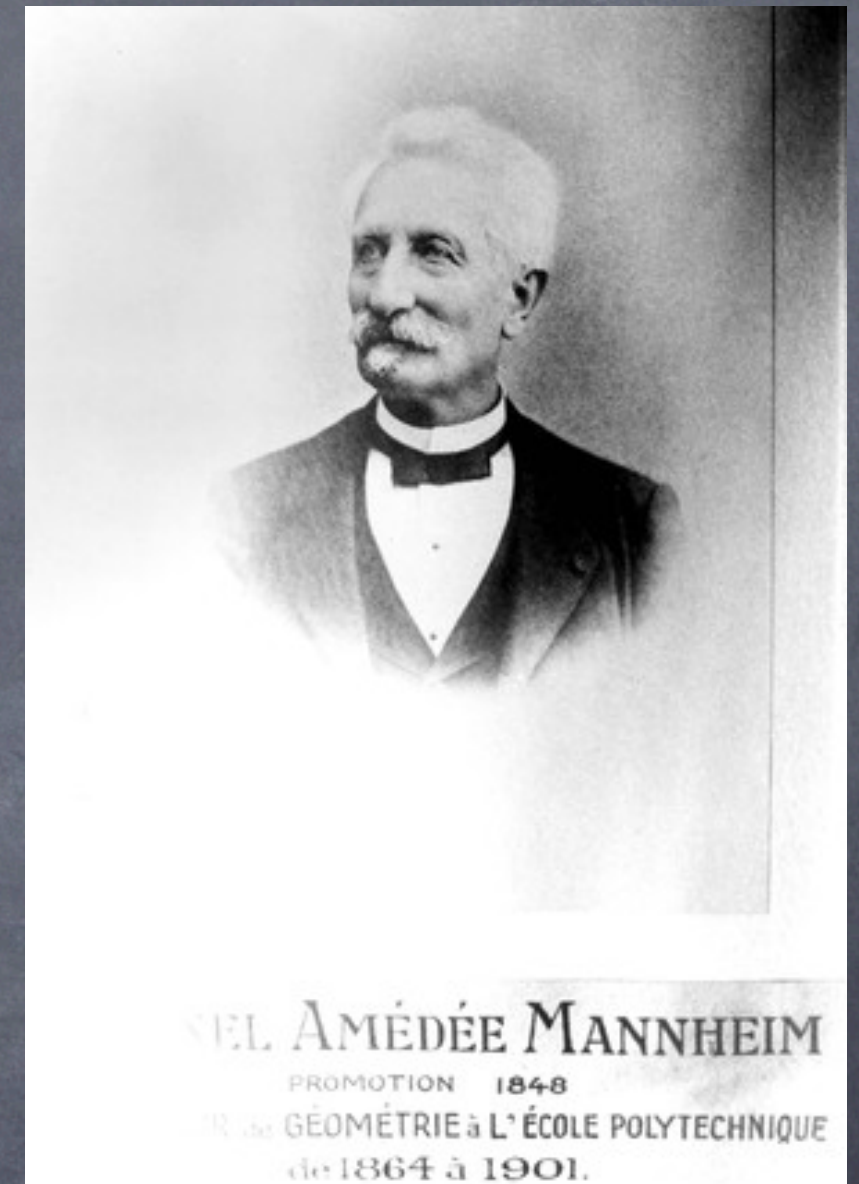
Multiplicar usando las escalas **C** y **D**

$$144 \cdot 0.45 = 64.8$$



Amédée Mannheim. La regla moderna [1,850]

- Oficial de artillería francés
- En 1,850 estandariza el diseño de regla de cálculo que desde entonces se conoce como **MANNHEIM**
- Consiste en 4 escalas A, B, C y D más un Cursor
 - C y D para multiplicar y dividir
 - A y B para cuadrados y raíces
 - A y D fijas en el cuerpo de la regla
 - B y C sobre una reglilla central móvil



Regla francesa Tavernier & Gravet con diseño de Mannheim realizada en madera alrededor de 1,900 de www.oughtred.org

Cómo leer cifras en la regla

• Números y dígitos

- En la regla de cálculo sólo se leen los dígitos (Pej 143)
- El orden de magnitud debe determinarse a priori o posteriori
 - Por cálculo manual
 - Conociendo el orden de magnitud del resultado esperado
- Los dígitos 143 de la regla representan a todos los números que comparten mantisa con 143 como:
 - 1,43
 - -14.3
 - 1,430,000,000
 - 0.0143
 - $0.143 \cdot 10^{30}$
 - ...

Característica y Mantisa

- El logaritmo de un número consta de dos partes

$$\text{Log}_{10} 423 = 2.626$$

- La característica

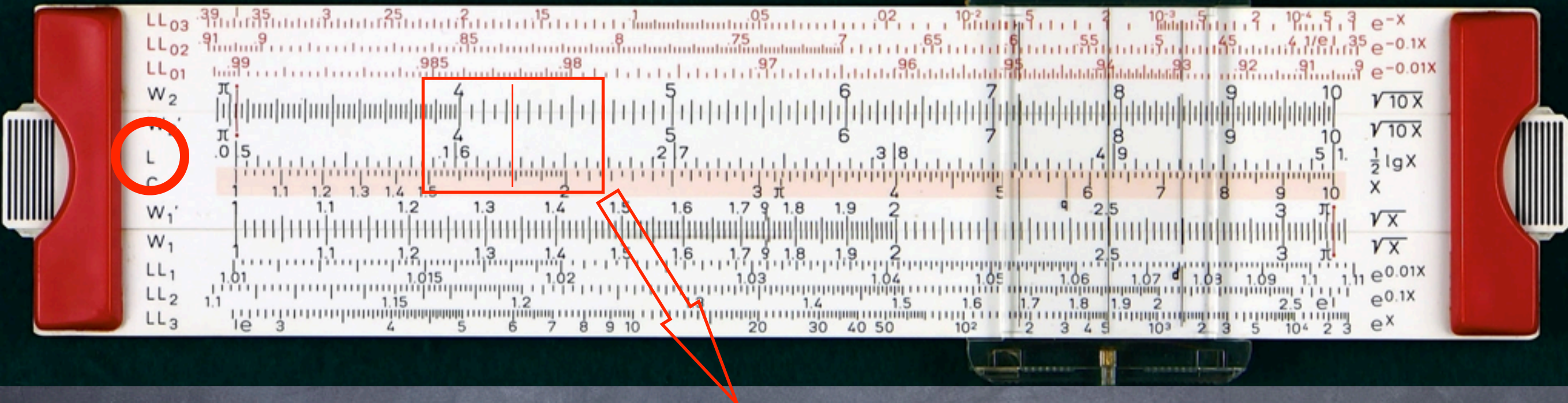
- Es la parte entera del logaritmo
- Mide el orden de magnitud del número
- La característica 2 nos indica que el número (423) está entre 100 y 1,000

- La mantisa

- Nos indica dónde, dentro del rango [100–1,000] se encuentra el número
- La mantisa 0.626 es la misma independientemente de la posición de la coma
 - ..., 4320, 423, 42.3, 4.23 , 0.423, Tienen la misma mantisa (0.626)
- La mantisa es el único valor que proporcionan las tablas de logaritmos
 - La característica es muy fácil de obtener

Lectura de la mantisa en la escala **L**

FABER CASTELL 63/83 (1974) cortesía de www.reglasdecalculo.com

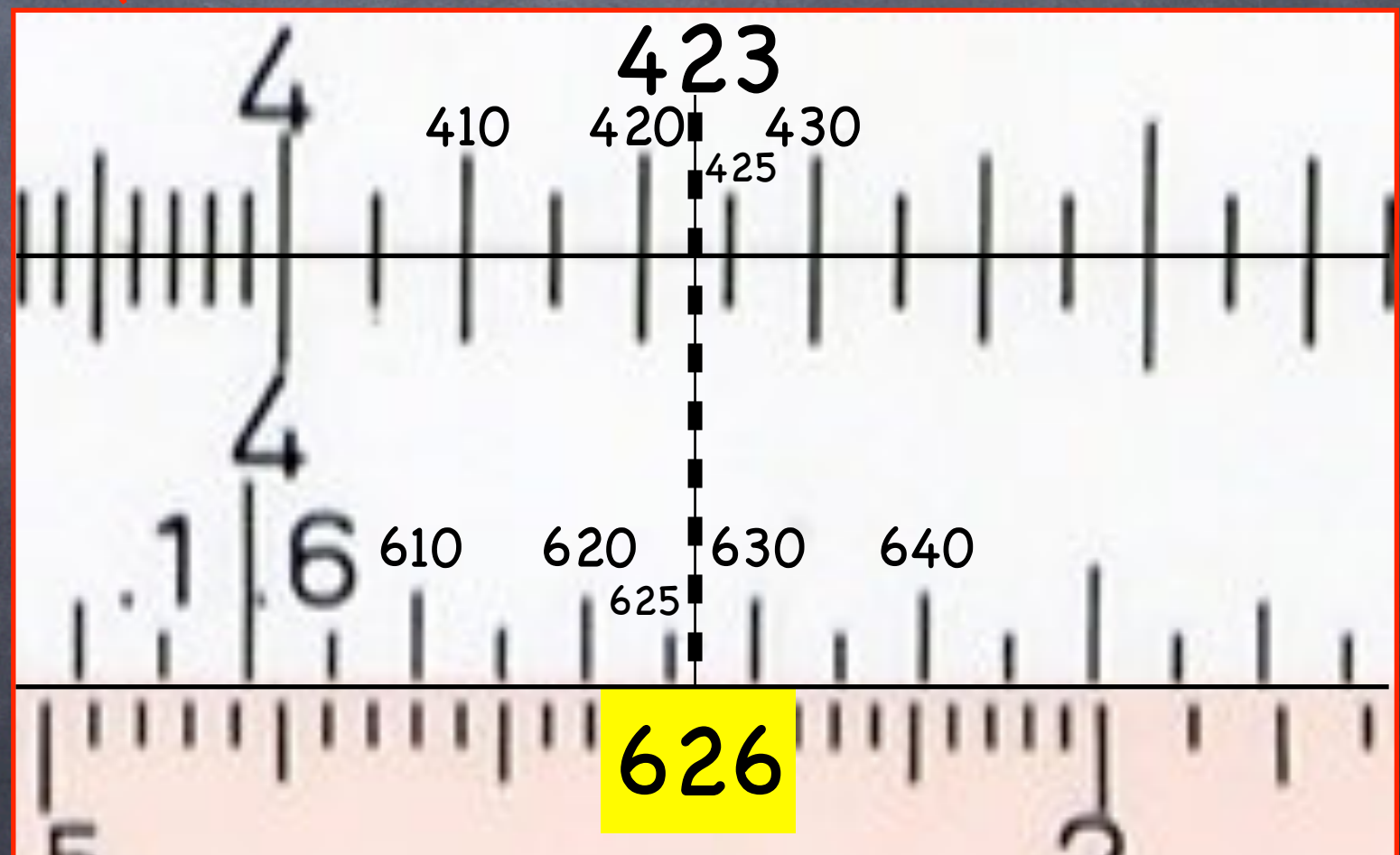


$$\text{Log}_{10} 423 = 2.626$$

$$\text{Log}_{10} 4.23 = 0.626$$

$$\text{Log}_{10} 4230 = 3.626$$

$$\text{Log}_{10} 0.423 = -0.374 !!$$
$$-0.374 = -1 + 0.626$$



Multiplicar usando las escalas **C** y **D**

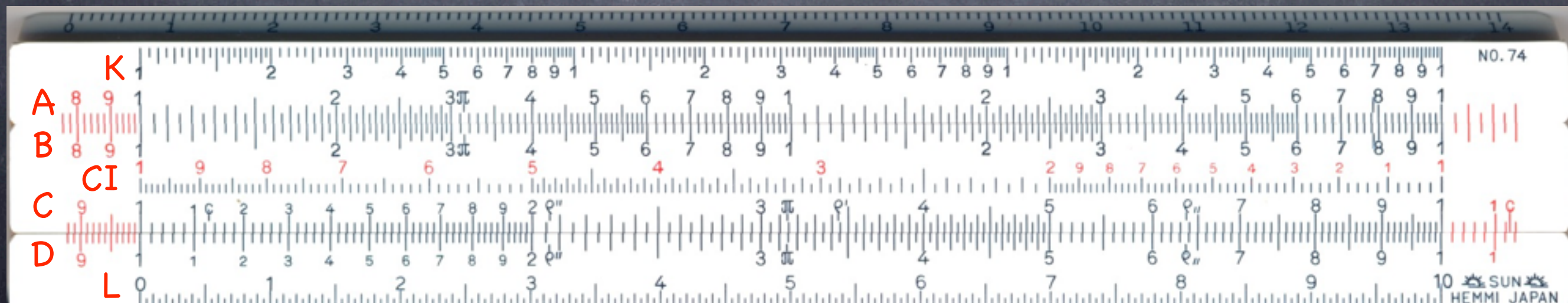
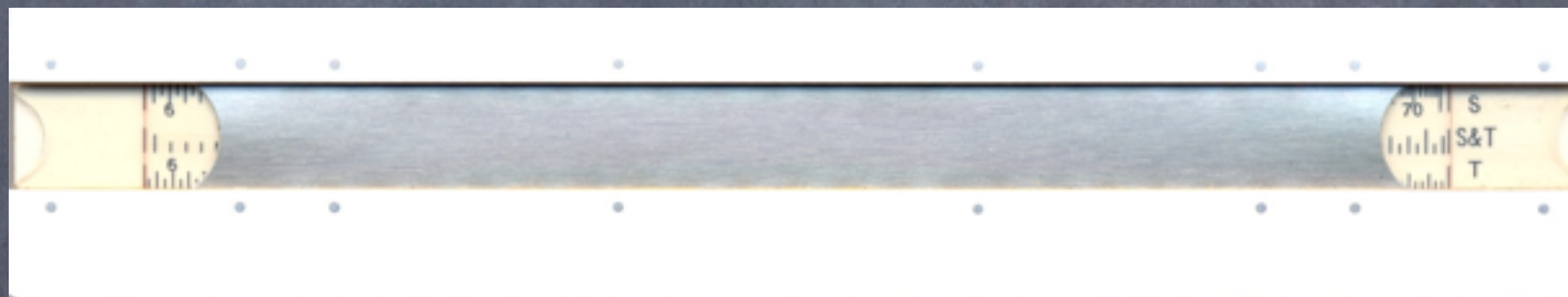
$$2.4 \times 3.02 = 7.24$$

$$152 \times 0.295 = 44.8$$

$$6.12 \times 3.4 = 20.8$$

Sistema **RIETZ**. Mannheim mejorado [1,902]

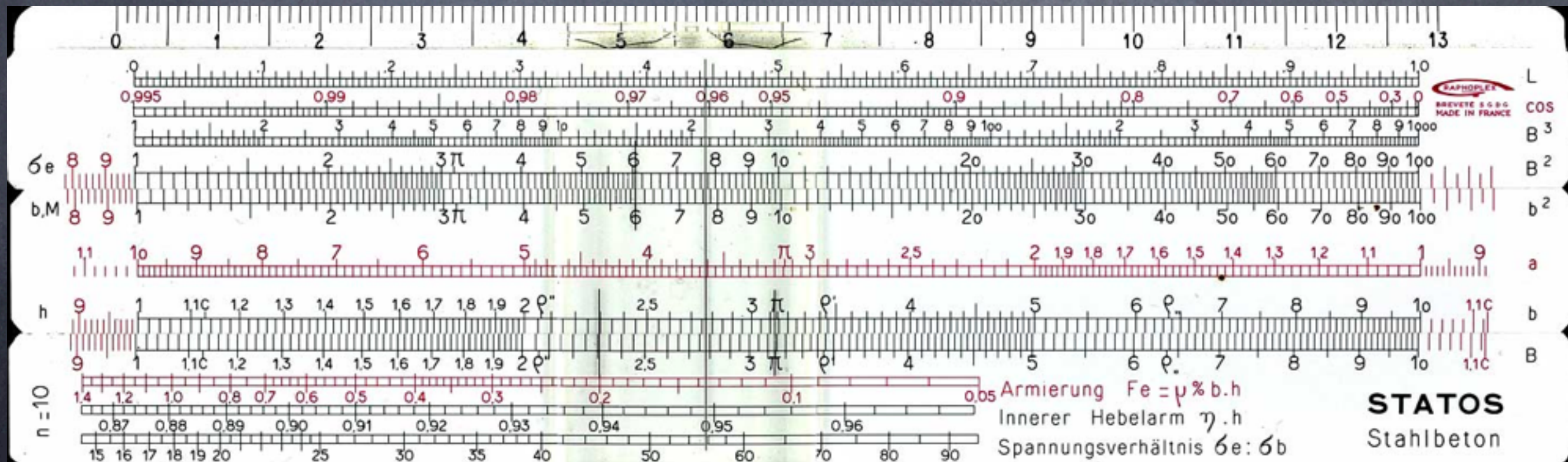
- Max Rietz mejora el sistema Mannheim añadiendo
 - Una escala cúbica **K**
 - Una escala lineal de mantisas **L**
 - Orificios en la parte trasera para leer las escalas **S**, **T** y **ST**
 - Una escala **CI** invertida en el centro de la reglilla



Regla japonesa **Hemmi** con diseño de Rietz fabricada en madera de bambú en abril de 1,970

[GRAPHOPLEX] Paris (France)

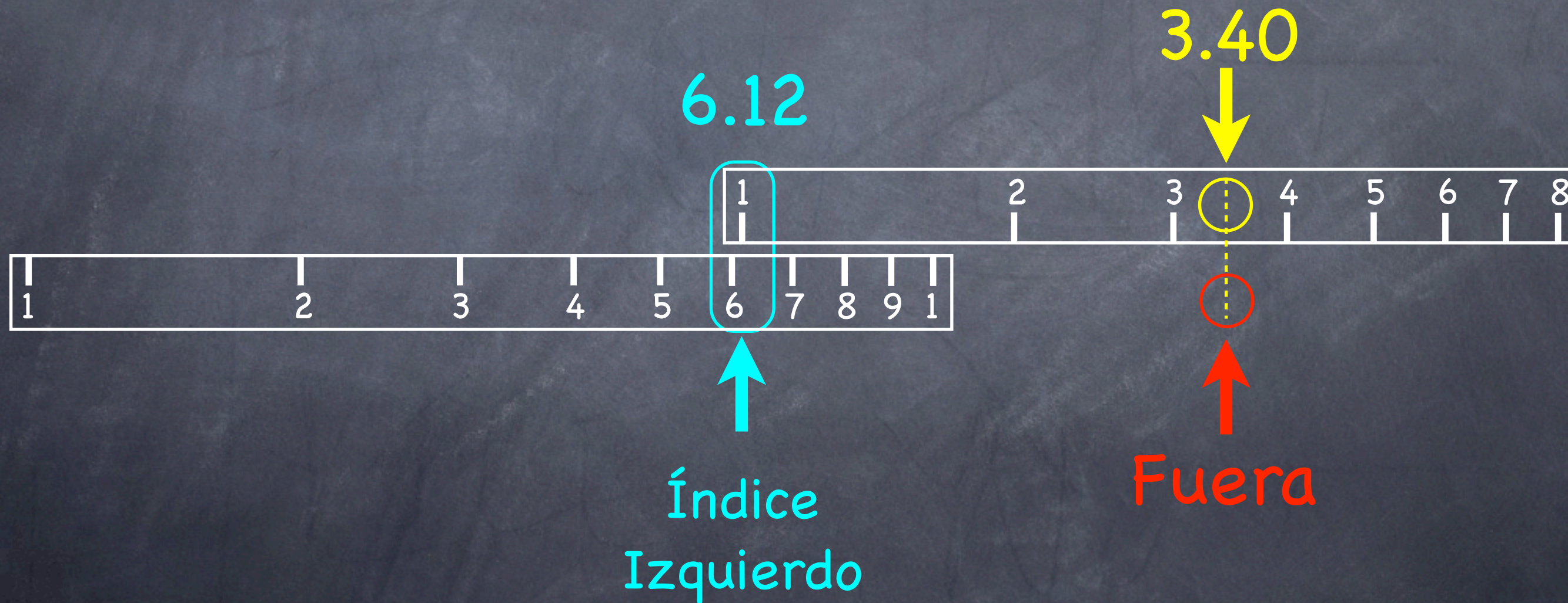
- Fundada en 1,945 por Arrasse, Ernotte, Mattel y Villard
- Todos sus modelos son de plástico con grabados de gran calidad
- Produce infinidad de modelos para aplicaciones específicas
 - Ajuste de cargas, Navegación en helicóptero, Hormigón armado, Conversión de unidades, Electricidad, Canalizaciones, Electrónica, Conducción de Gas, Cálculo hidráulico de tuberías de hormigón, Hidrología, Bombes, Cálculo de Muelles, Meteorología, Astronomía, Ingeniería química, Radiología, ...



GRAPHOPLEX STATOS STAHLBETON 682 cortesía de www.photocalcul.com

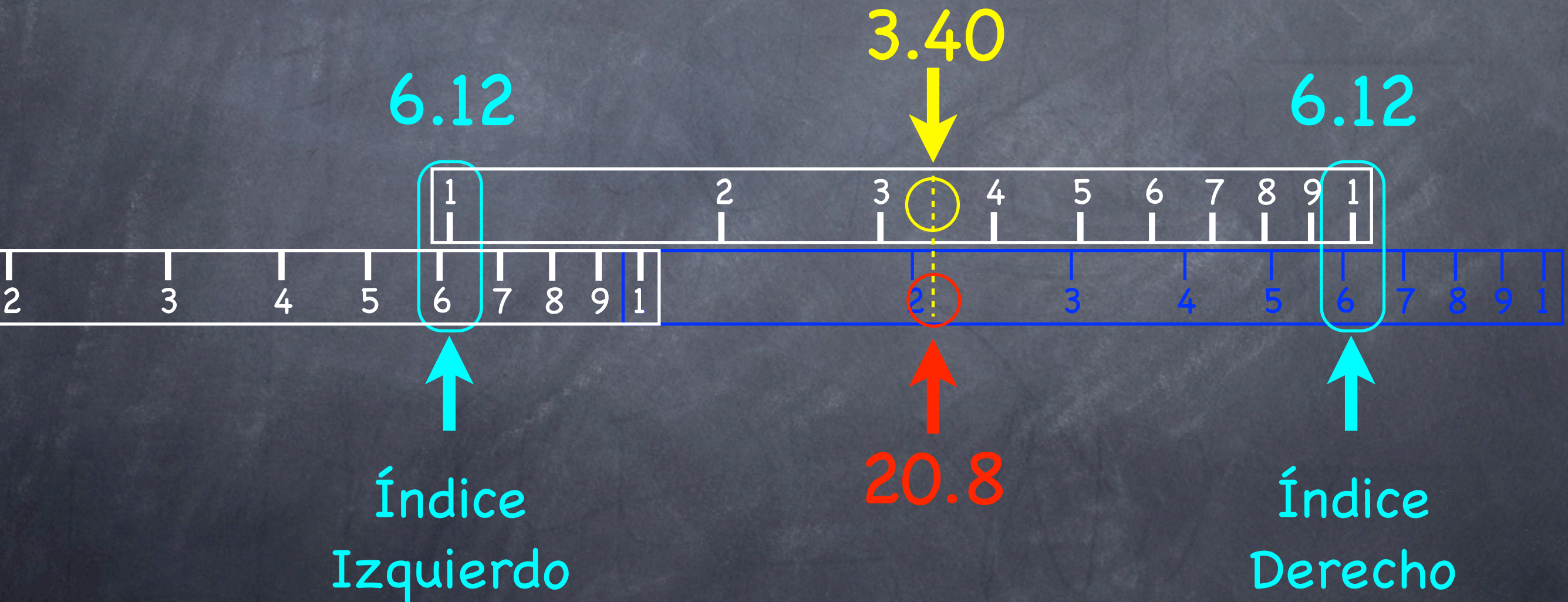
Inversión de índices

$$6.12 \cdot 3.40 = 20.8$$



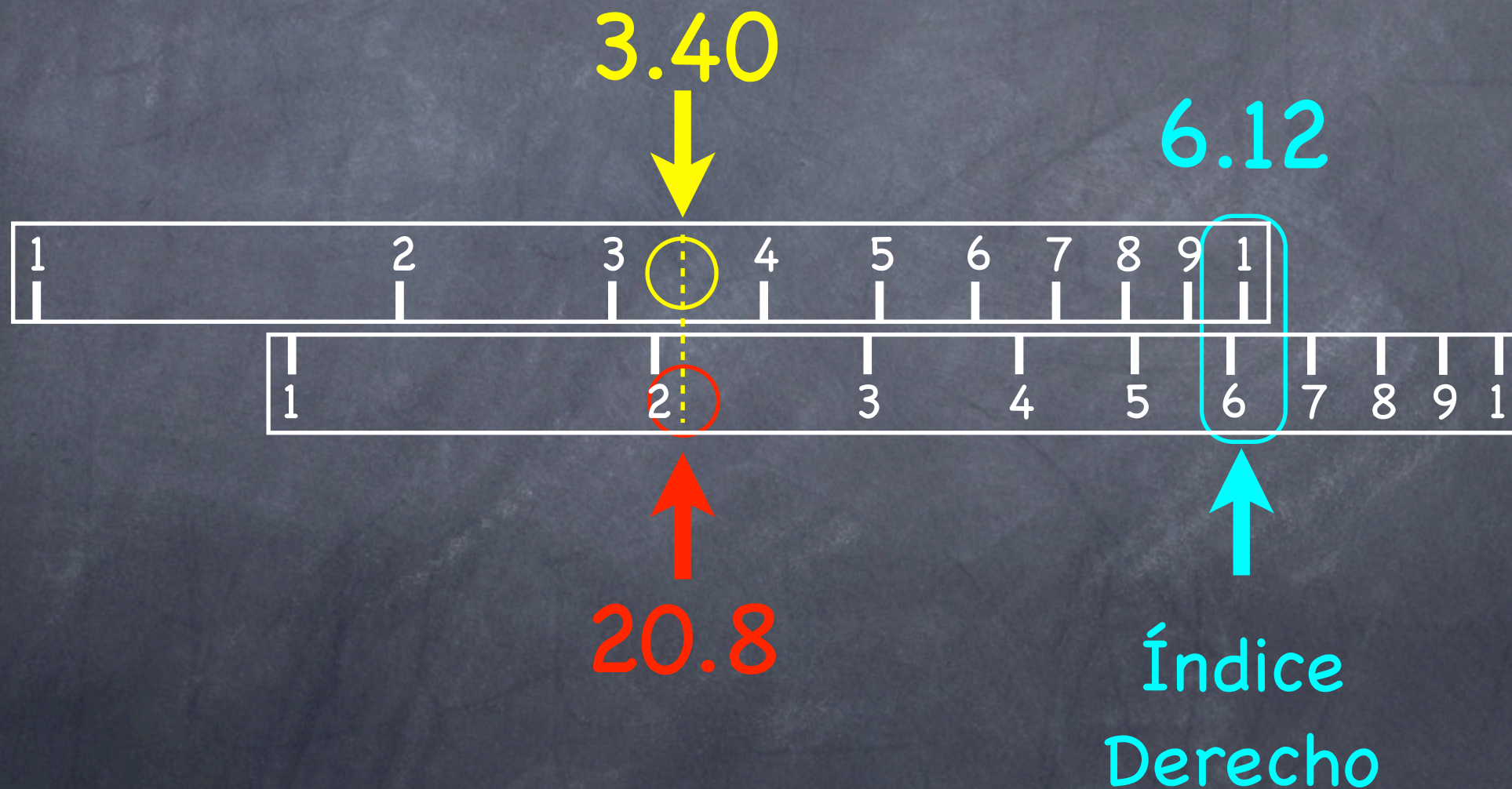
Inversión de índices

$$6.12 \cdot 3.40 = 20.8$$



Inversión de índices

$$6.12 \cdot 3.40 = 20.8$$



¿La primera regla de cálculo de la historia?

• Noé el ingeniero

As the animals left the ark, Noah told them to go forth and multiply. After some while, Noah happened upon two snakes sunning themselves. "Why aren't you multiplying?" Noah asked.

The snakes replied, "We can't, we're adders."



¿La primera regla de cálculo de la historia?

• Noé el ingeniero

As the animals left the ark, Noah told them to go forth and multiply. After some while, Noah happened upon two snakes sunning themselves. "Why aren't you multiplying?" Noah asked.

The snakes replied, "**We can't, we're adders.**"

So Noah and his sons went into the nearby forest and felled some trees. They made a platform of logs onto which they placed the snakes. You see, **even adders can multiply on a log table !.**



¿Qué precisión tiene la regla de cálculo?

• Error de lectura

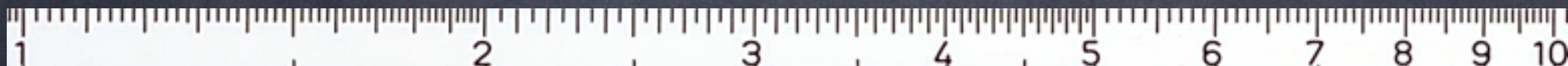
- En reglas de 10" el error de lectura es $\sim 1/1000$
 - Leyendo con mucho cuidado puede bajar a $0.5/1000$
- El error medio acumulado en n operaciones es
 - $\text{Raíz}(n) / 1000$
- Una multiplicación o división implica 3 movimientos $\sim 2/1000$

• Distribución uniforme de la incertidumbre

- Debido a la naturaleza logarítmica de las escalas el error de lectura o incertidumbre en el resultado es el mismo en todos los puntos de la escala

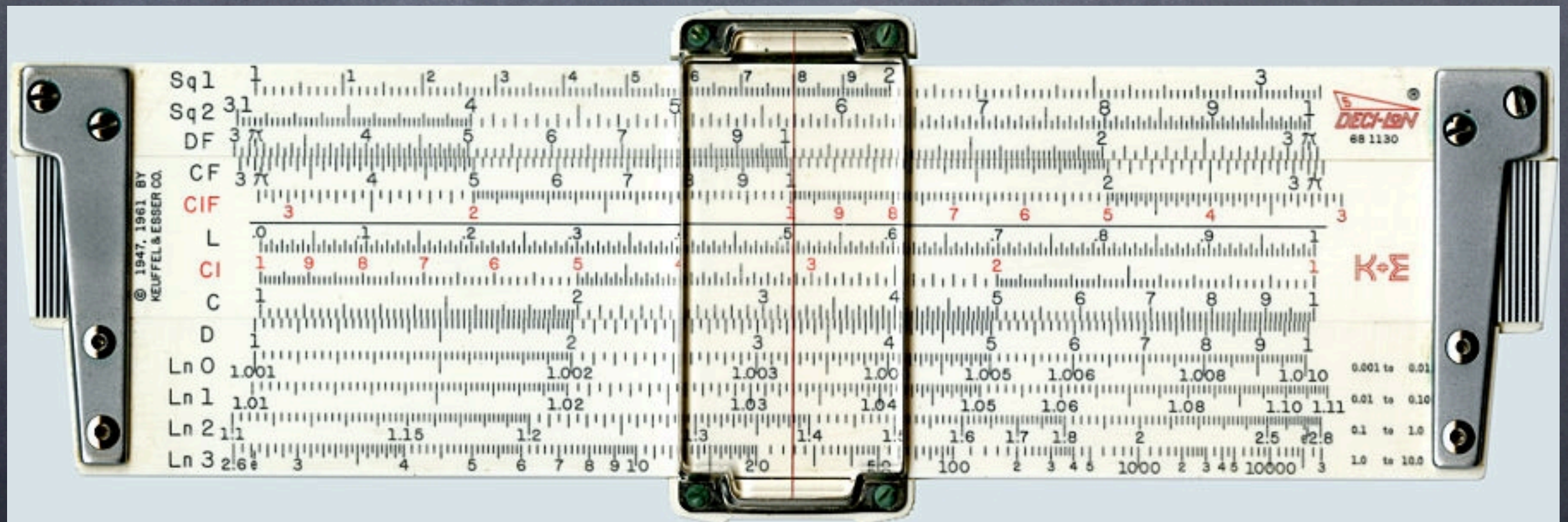
$$0.01 / 1 \approx 1\%$$

$$0.10 / 10 \approx 1\%$$



[KEUFFEL & ESSER] New Jersey (USA)

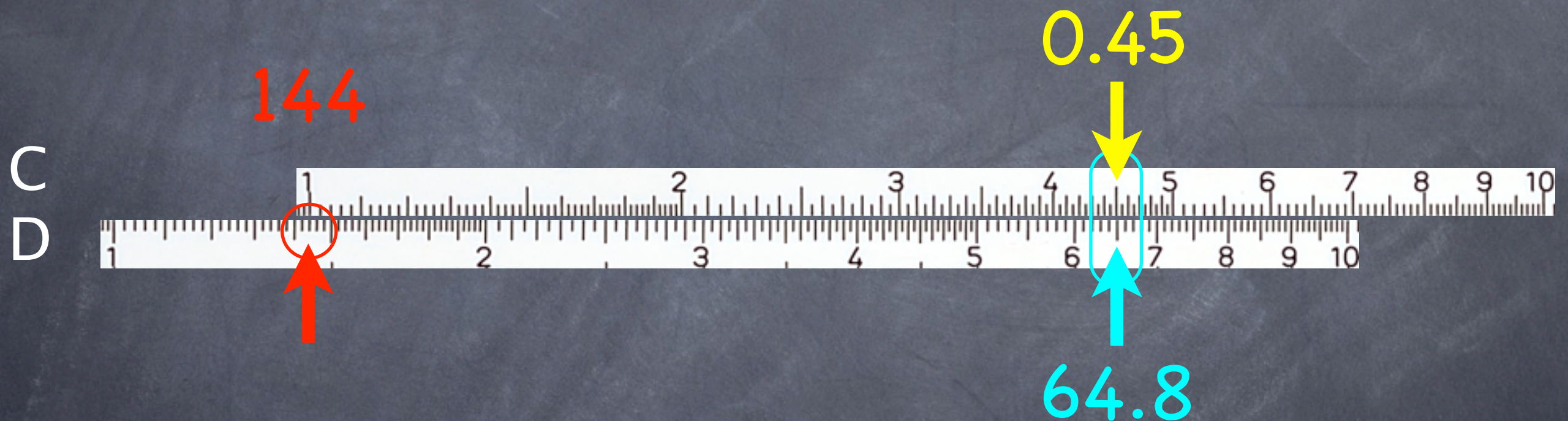
- Fundada en 1,867 William J.D.Keuffel & Herman Esser
 - Produce de reglas K&E de celuliodo sobre caoba en 1,900
 - En 1,891 registra una patente para la regla Duplex
 - Fue la primera compañía en comercializar reglas Duplex, aunque las fabricaba Dennert & Pape (Aristo) en Alemania



K&E DECI-LON 68 1130 (5" 22 Escalas)

Dividir usando las escalas **C** y **D**

$$64.8 / 0.45 = 144$$



Dividir usando las escalas **C** y **D**

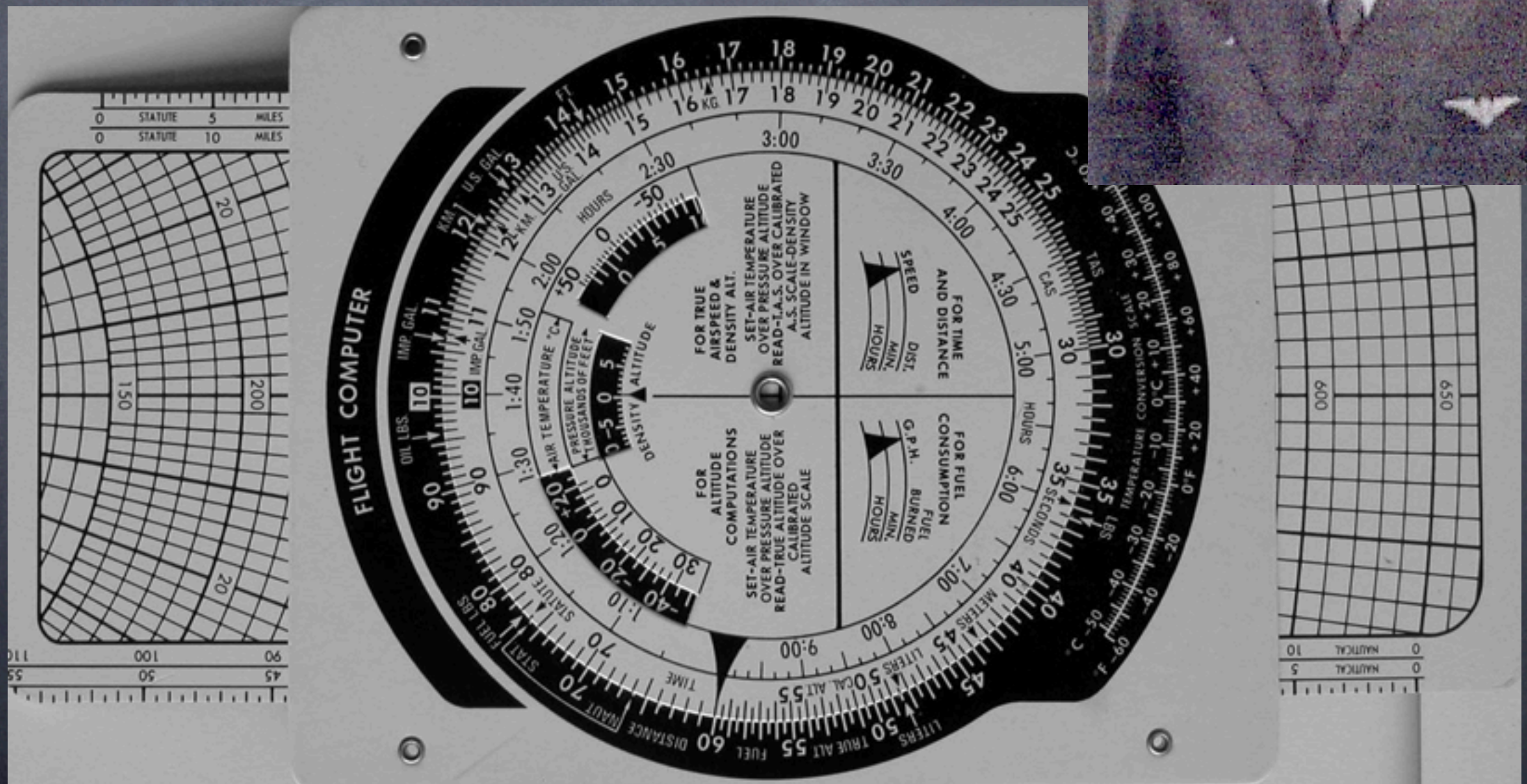
$$7.24 / 3.02 = 2.4$$

$$44.8 / 0.295 = 152$$

$$20.8 / 3.4 = 6.12$$

Philip Dalton. La regla E-6B

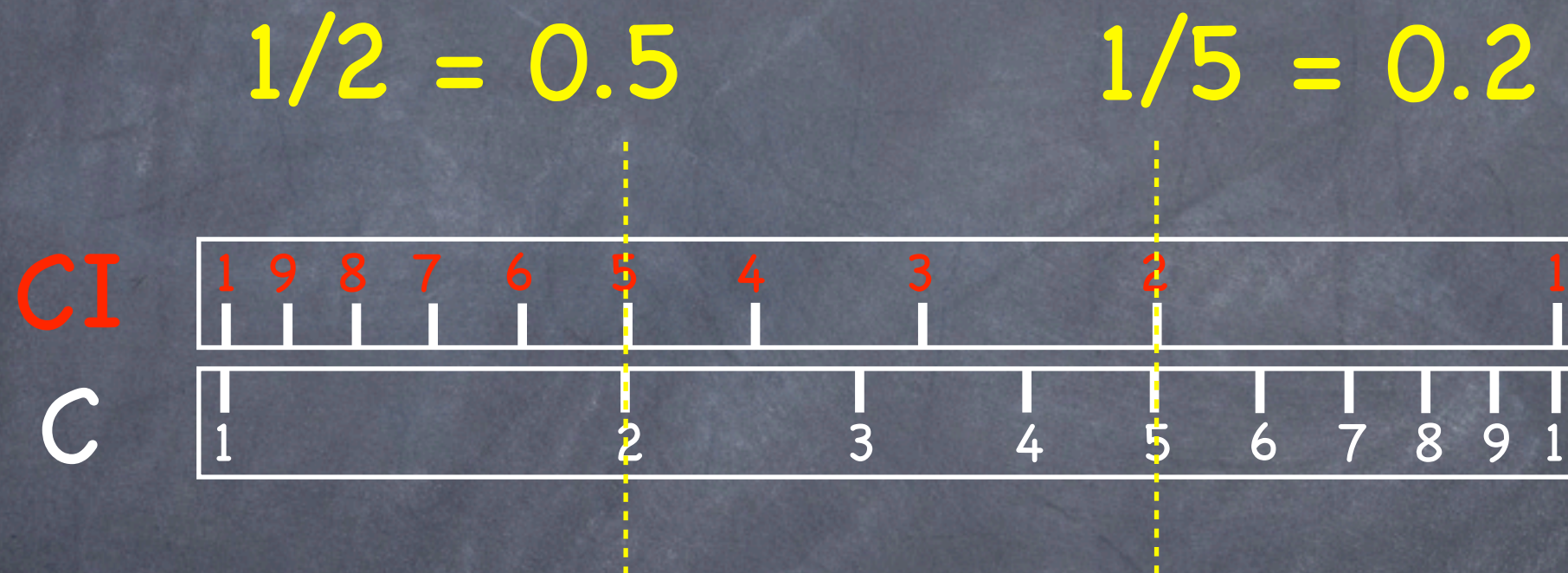
- Philip Dalton (1,903–1,941)
 - Piloto militar norteamericano
 - Desarrolla la computadora de vuelo E-6B
 - Aún se usa en nuestros días





Buscar el inversos en la escala **CI**

- La escala **CI** contiene los inversos de la escala C



Multiplicar eficientemente con la escala **CI**

$$6.12 \cdot 3.40 = 20.8$$



Multiplicar y dividir en cadena

- Multiplicar sin mirar resultados intermedios

$$7.45 \times 0.63 / 24 \times 16 = 3.13$$

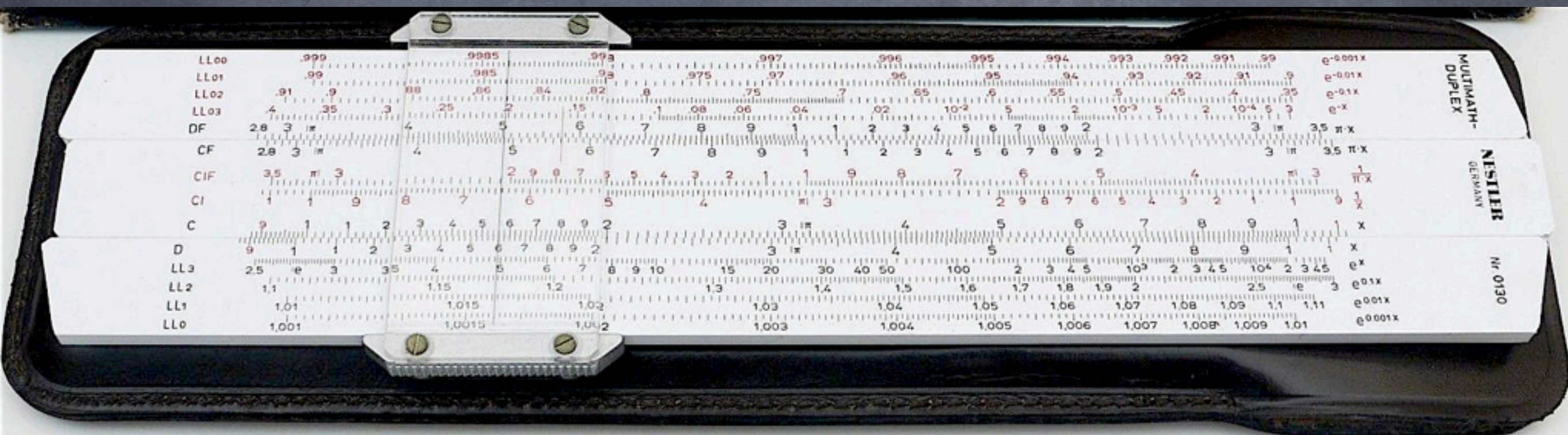
- Procedimiento de Verificación (de uno mismo o de su regla)

$$a \times 5 \times 4 \times 5 = a$$

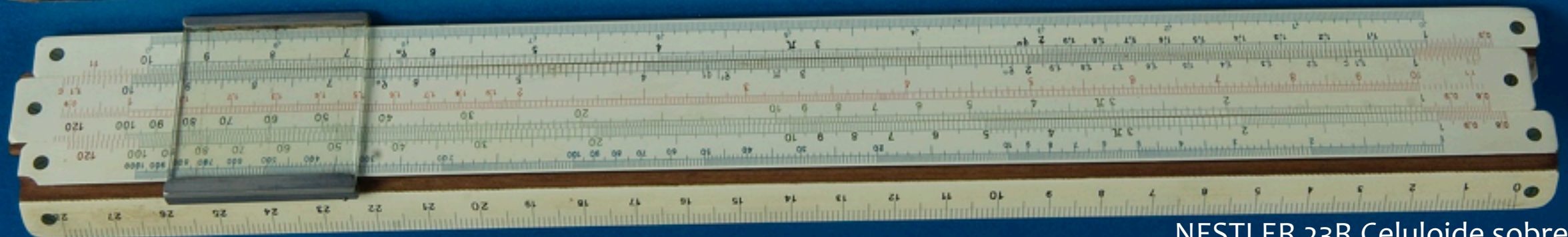
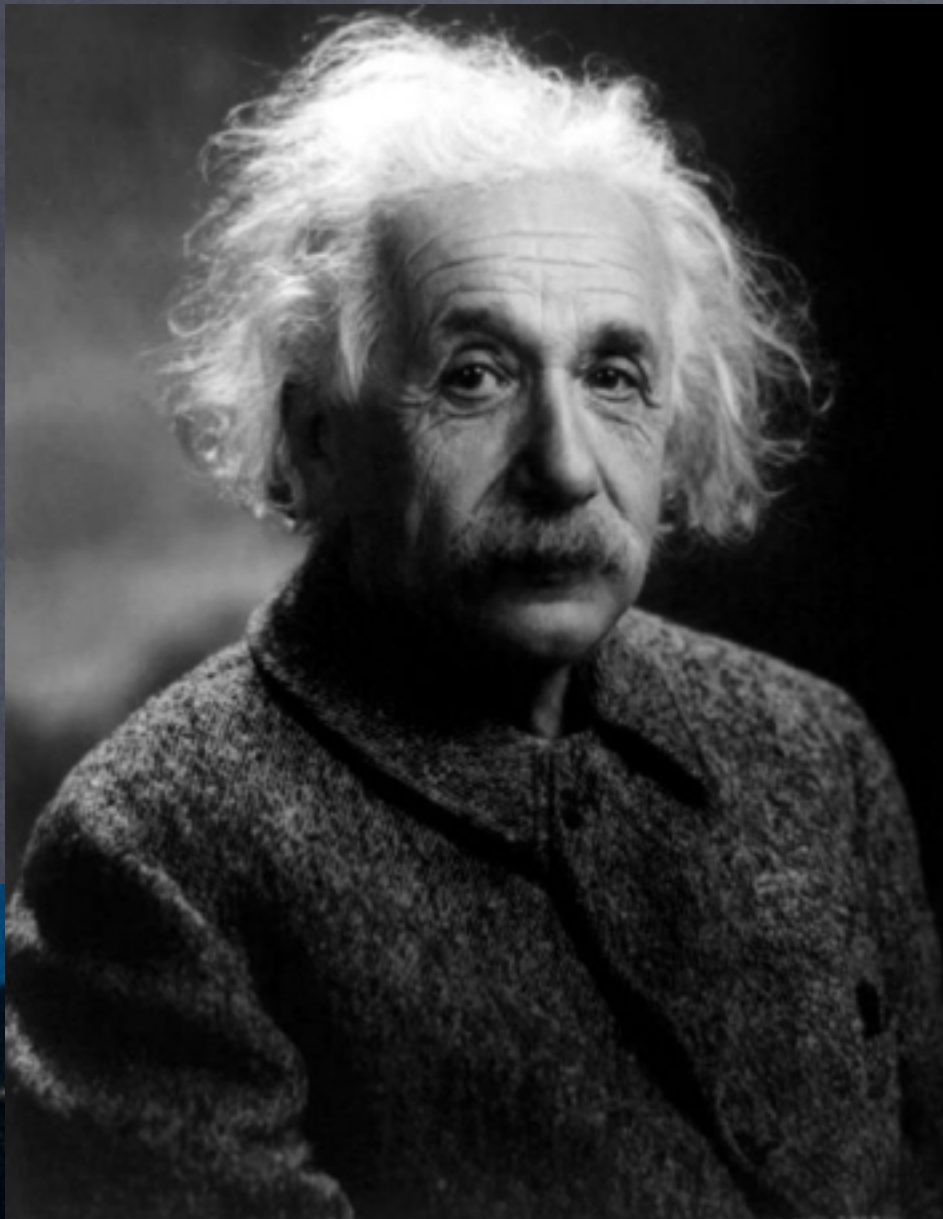
$$a \times 2 \times 25 \times 2 = a$$

[NESTLER] Lahr in Baden (Alemania)

- Fundada en 1878 por Albert Nestler
 - En 1,903 producen la primera regla con sistema Rietz
 - En 1,912 introducen el modelo PRAEZISION con una escala de raíces cuadradas doblada que permitía duplicar la precisión
 - En 1,962 produce su modelo más sofisticado, Multimath-Duplex



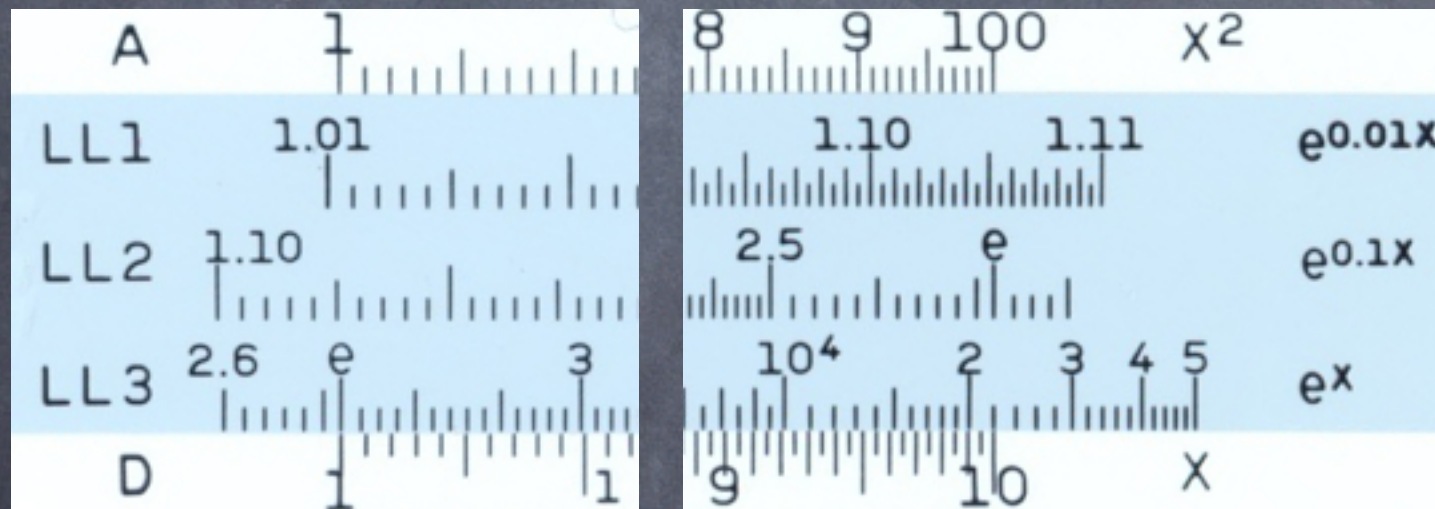
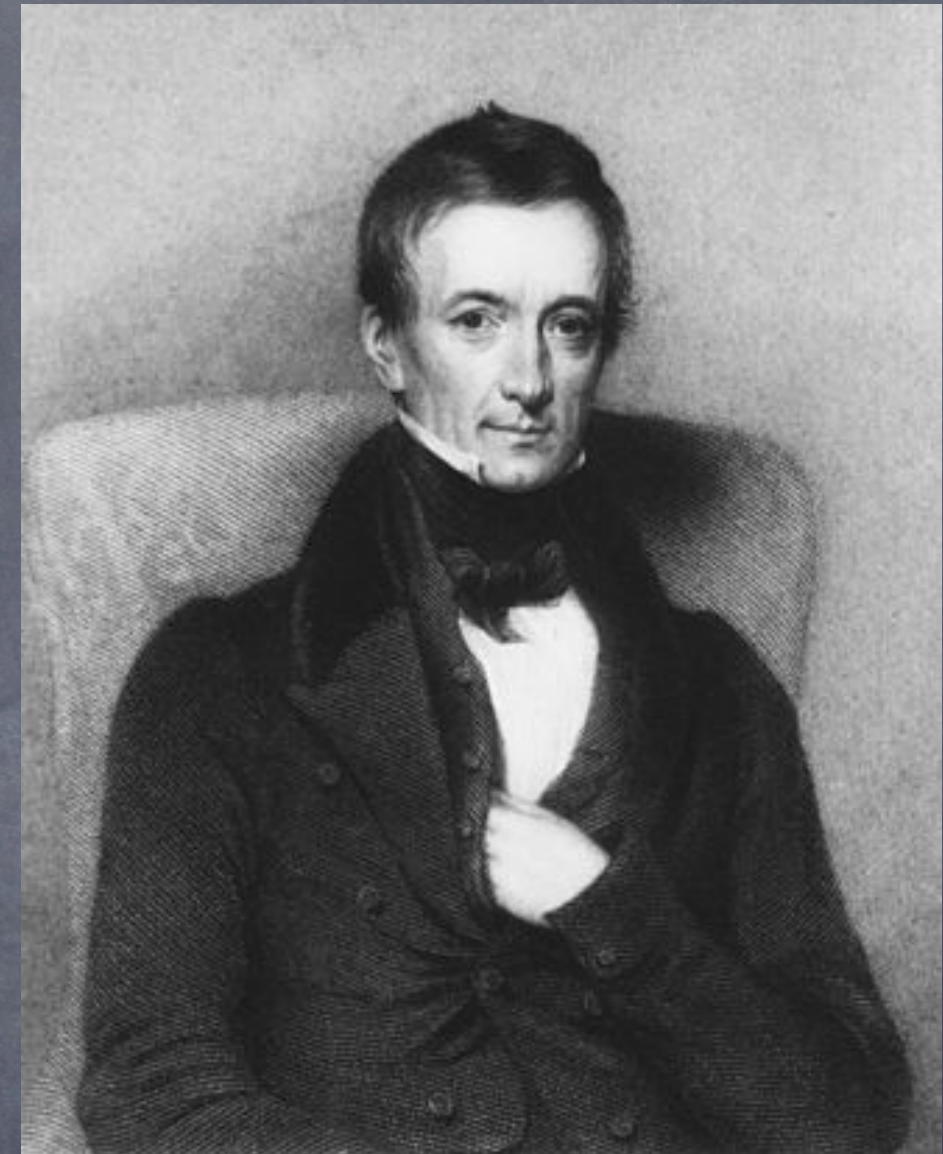
La Nestler 23R de Einstein y Von Braun



NESTLER 23R Celuloide sobre Caoba

Peter Mark. Escala doble logarítmica [1,815]

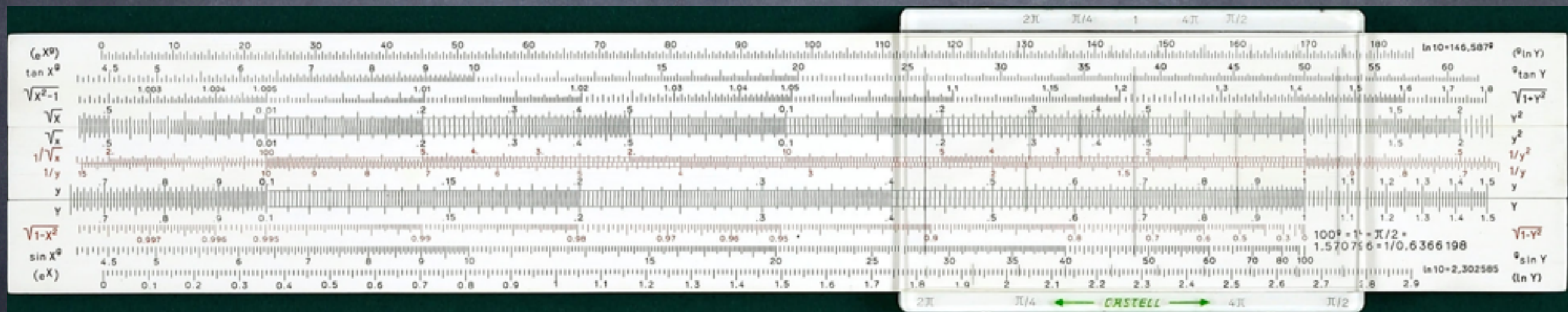
- Peter Mark Roget (1,779–1,869)
 - Médico, teólogo y lingüista inglés
- Inventó la escala $\text{Log} \{ \text{Log}() \}$ **LL**
 - Permite realizar exponenciales y raíces de cualquier exponente



Regla japonesa Hemmi doble logarítmica realizada en plástico alrededor de 1,970

[FABER-CASTELL] Nuremberg (Alemania)

- Fundada en 1,861 por Lothar von Faber
 - Inicialmente con una fábrica de lapiceros de madera en Stein
 - En 1,892 producen la primera regla de cálculo Mannheim
 - En 1,938 producen la primera regla con un "addiator"
 - A partir de 1,952 producen reglas de plástico de gran calidad
 - Su modelos Novo-Dúplex incluyen escalas W de doble precisión

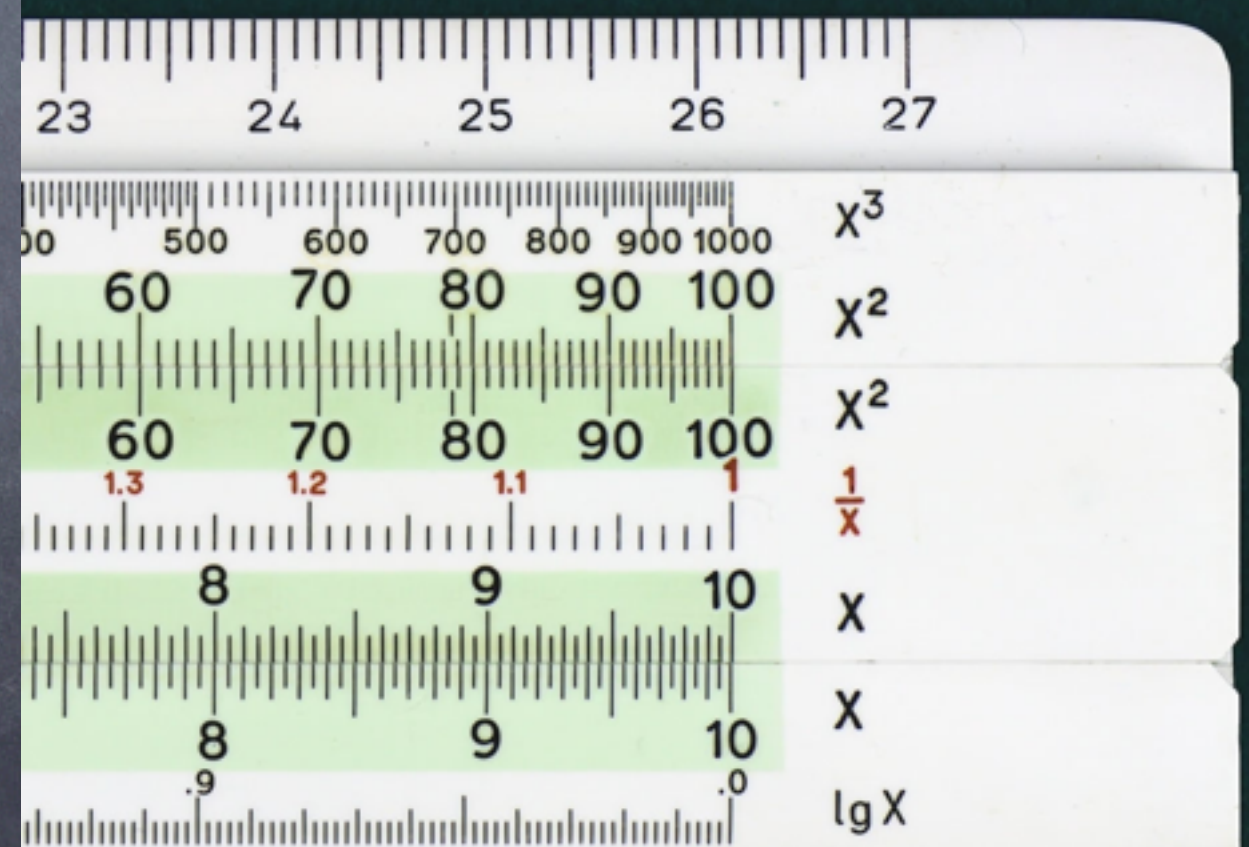
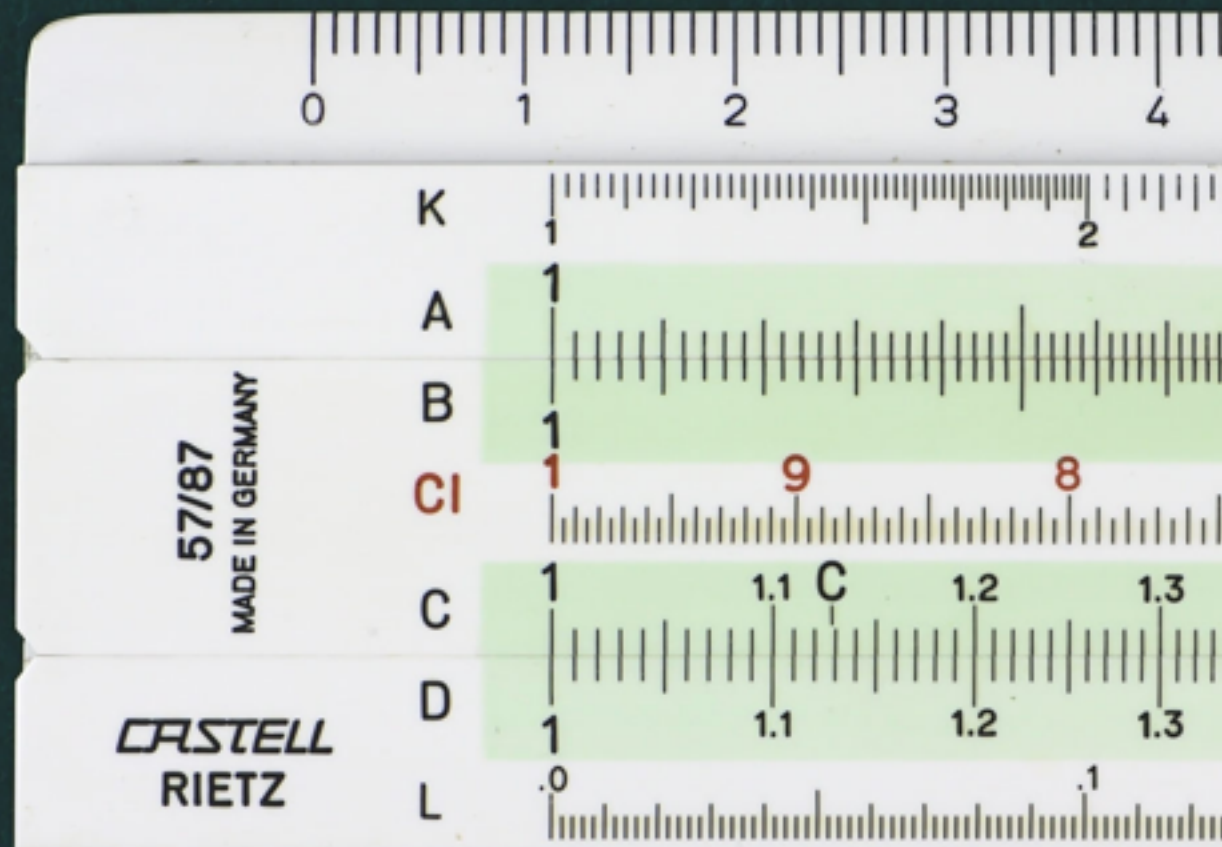
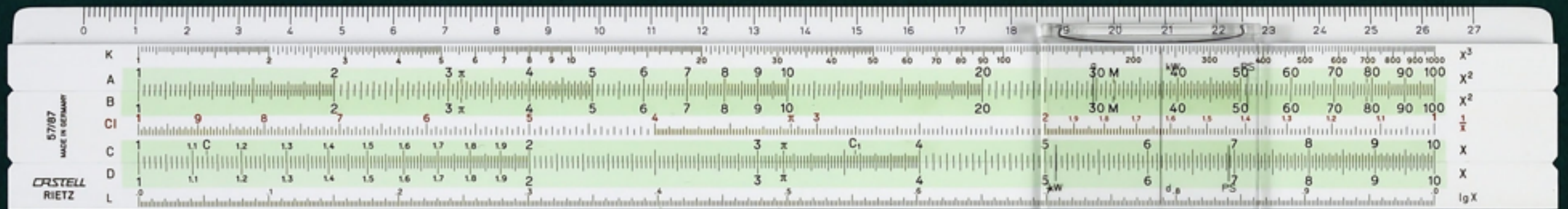


FABER CASTELL 2/84 Mathema (1964) cortesía de www.reglasdecalculo.com



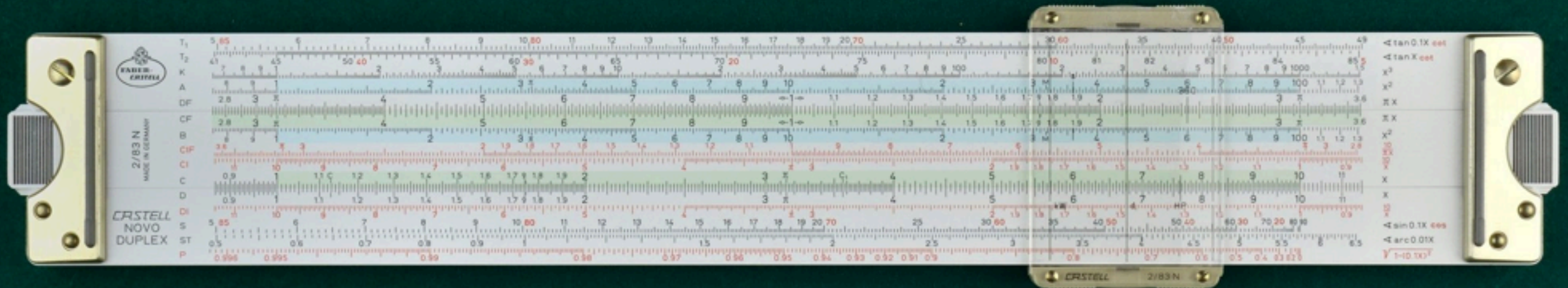
[FABER-CASTELL] Nuremberg (Alemania)

Faber Castell 310/87

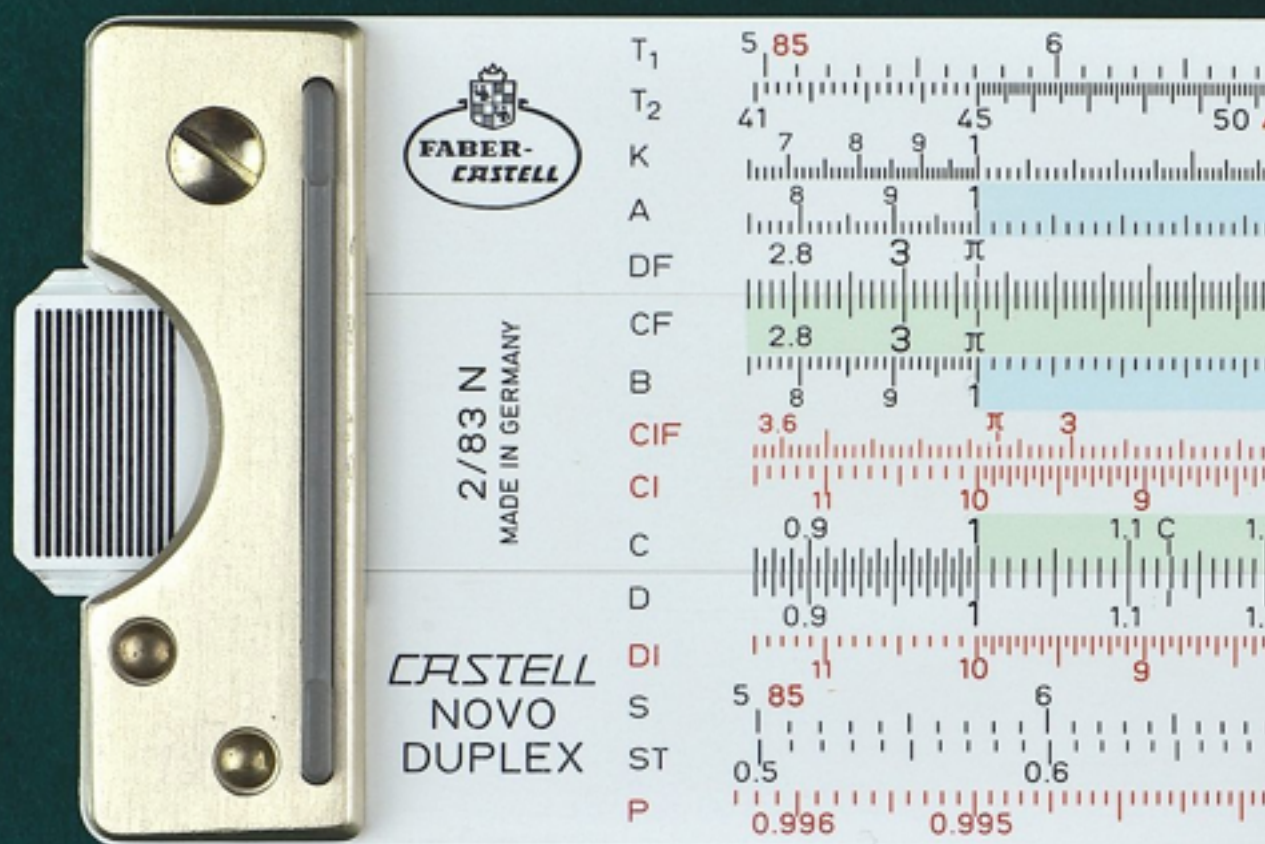


[FABER-CASTELL] Nuremberg (Alemania)

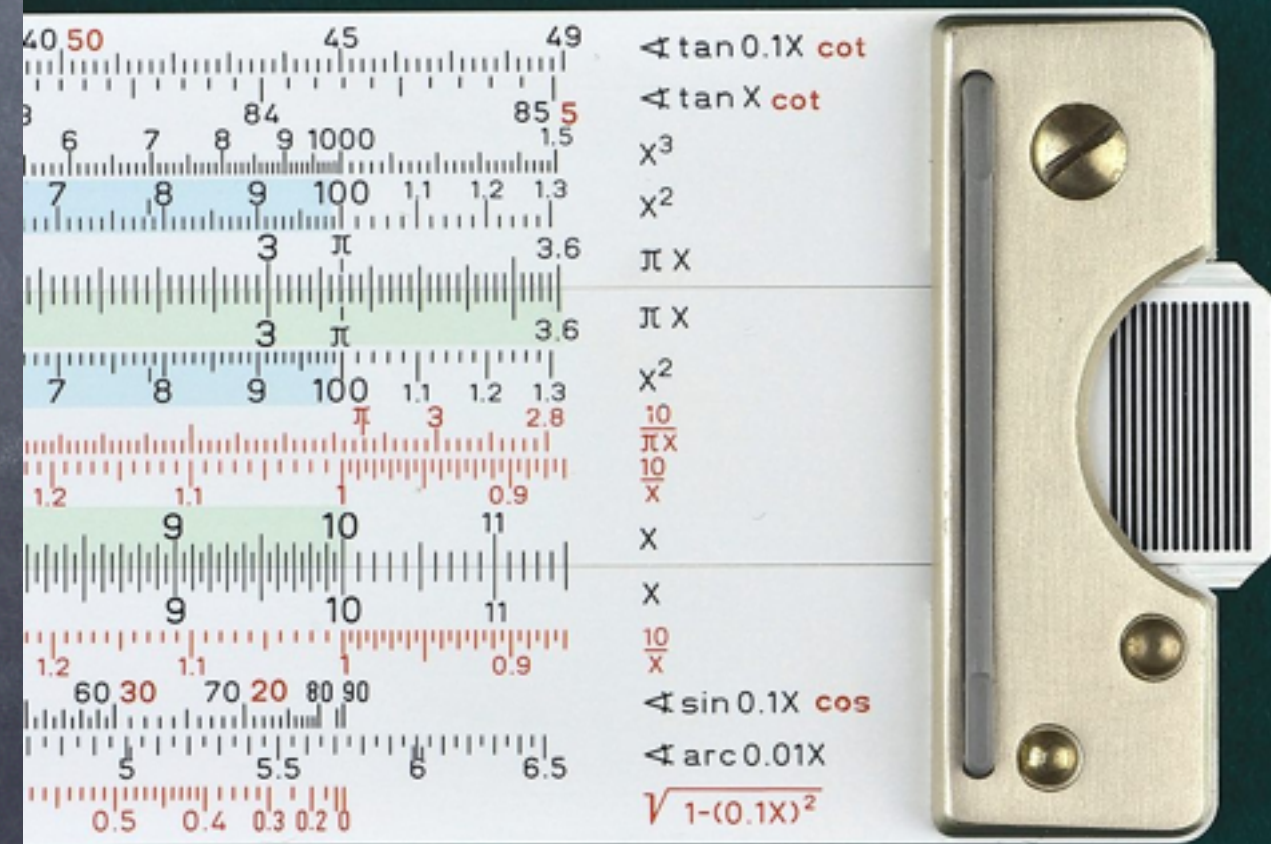
Faber Castell 2/83 N



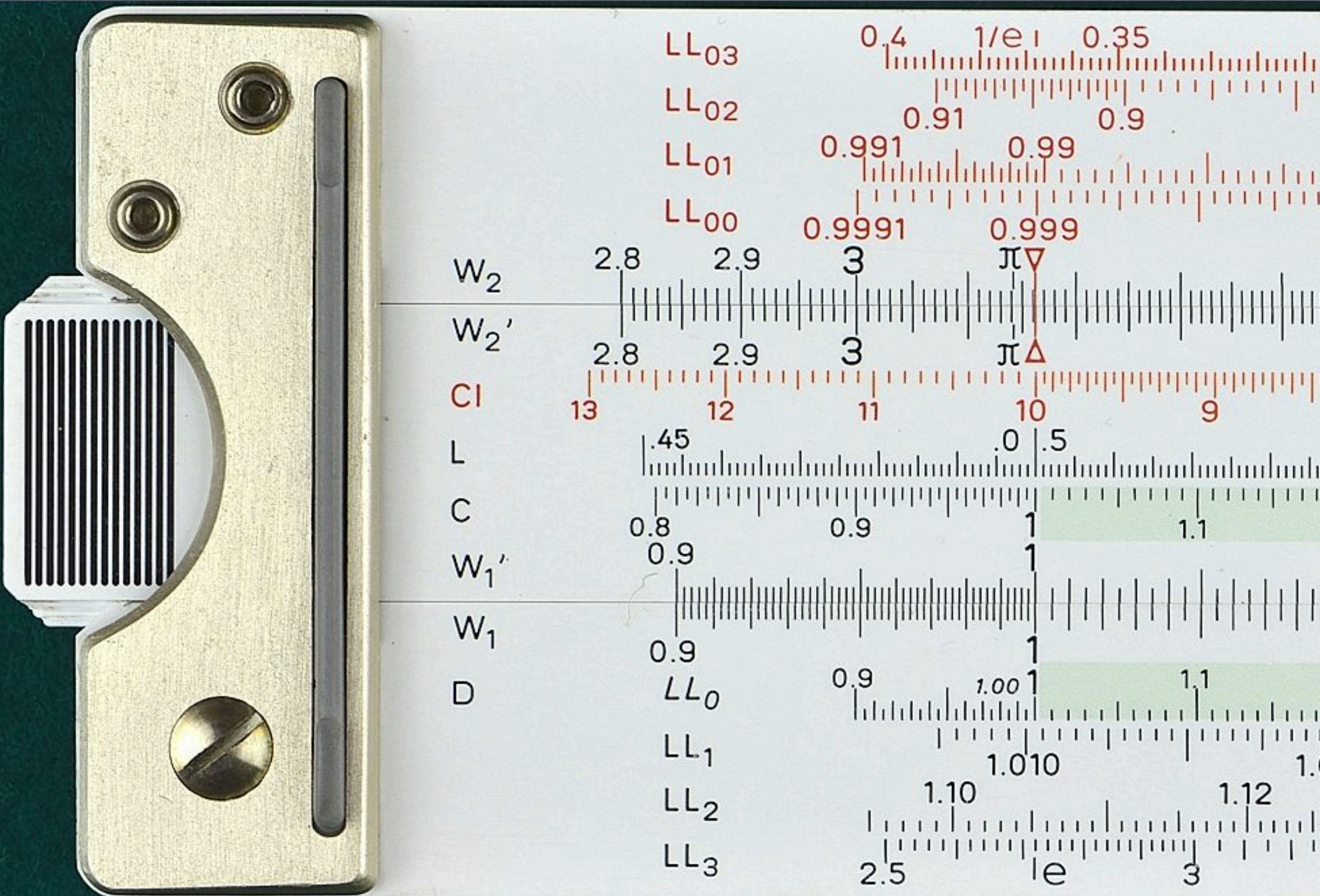
www.reglasdecalculo.com



www.reglasdecalculo.com



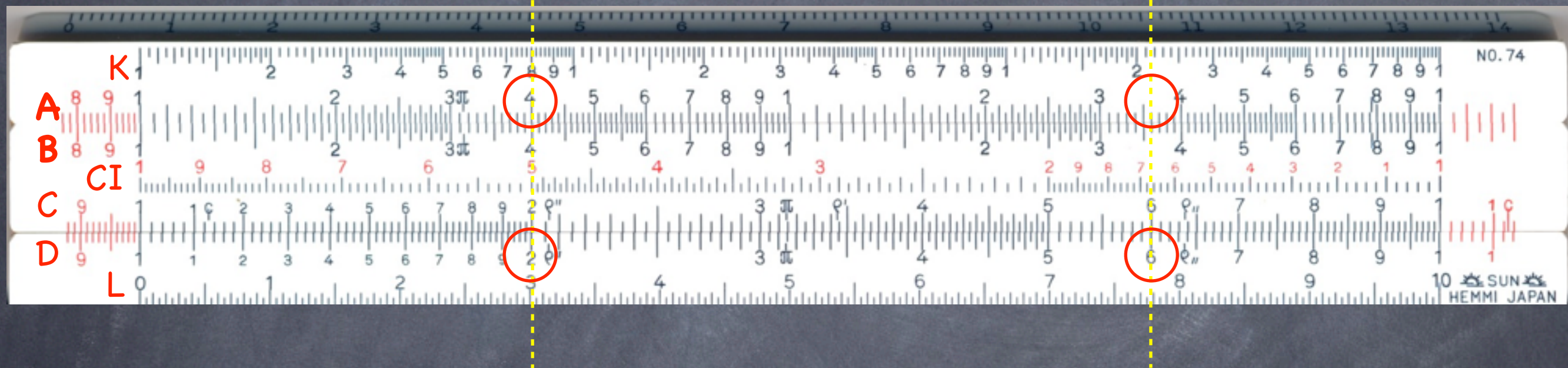
www.reglasdecalculo.com



Cuadrados y Raíces Cuadradas, escalas **A** y **B**

$$2^2 = 4$$

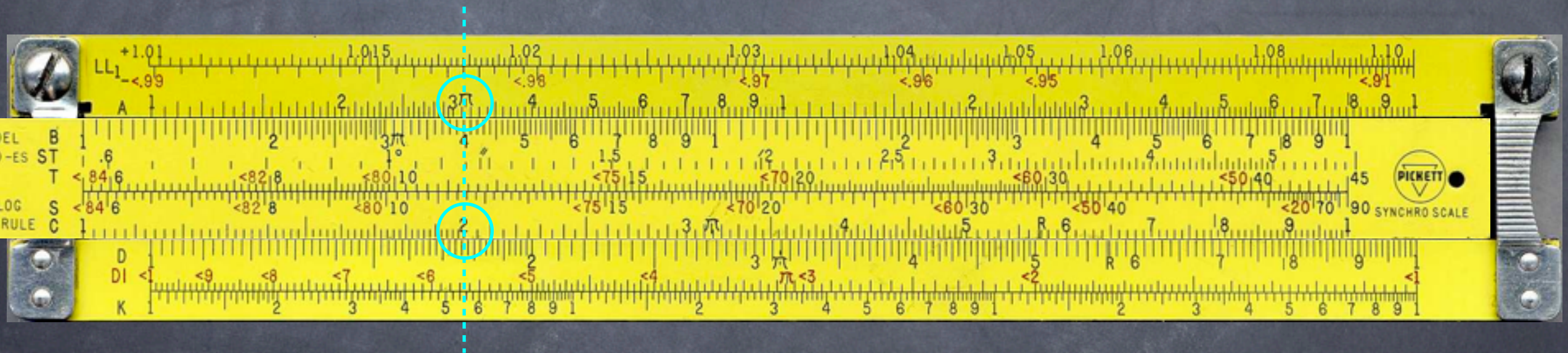
$$6^2 = 36$$



Calculo de áreas con las escalas C y A

- Áreas de las barras de acero corrugado
 - PASO 1: Fijamos el área de un calibre conocido

$$\Omega(\varnothing 20) = \pi \text{ cm}^2$$

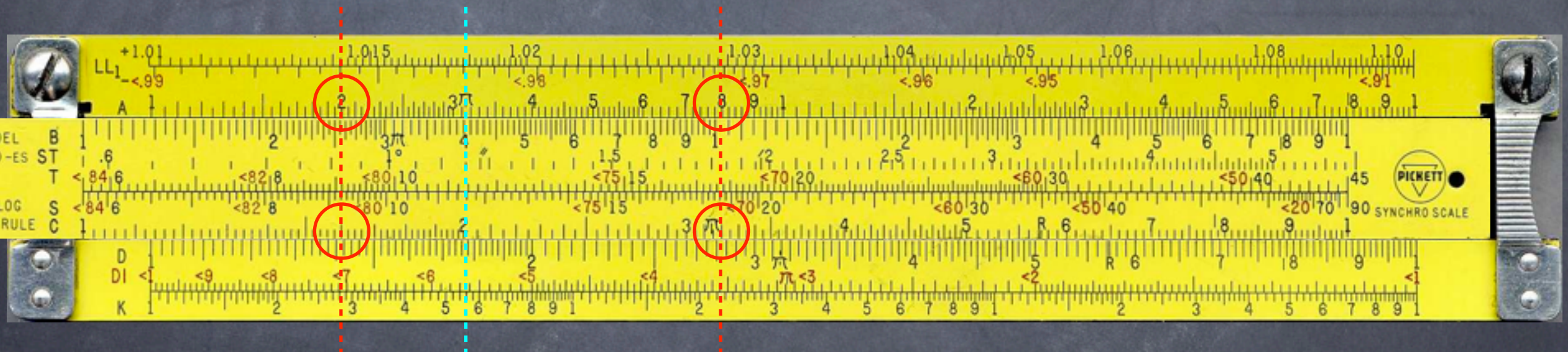


Calculo de áreas con las escalas C y A

- Áreas de las barras de acero corrugado
 - PASO 2: Leemos directamente cualquier otro calibre

$$\Omega(\varnothing 16) = 2 \text{ cm}^2$$

$$\Omega(\varnothing 32) = 8 \text{ cm}^2$$

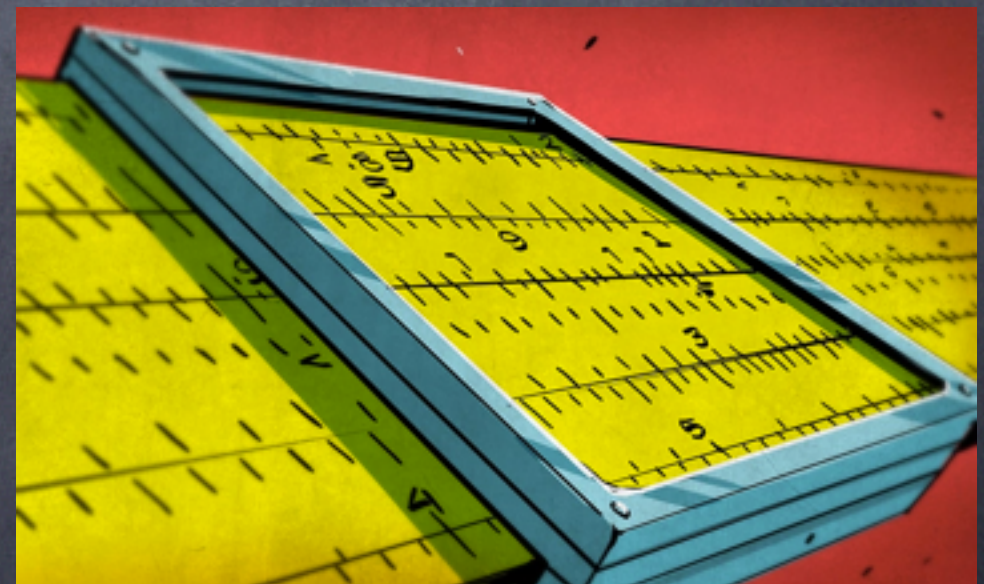
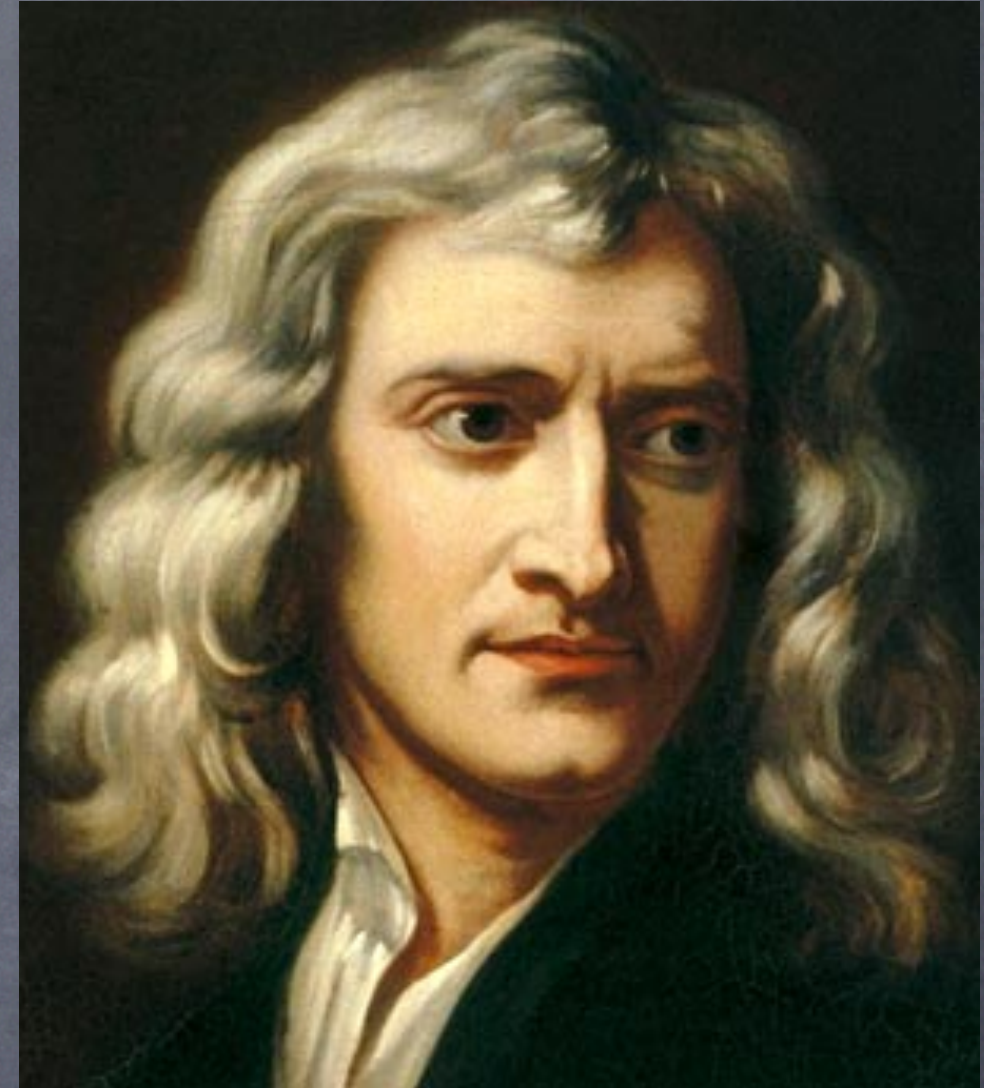


Newton. Triple regla con cursor [1,675]

- De una carta de Henry Oldenburg a Wilhelm Leibniz:

“Mr. Newton, with the help of logarithms graduated upon scales by placing them parallel at equal distances or with the help of concentric circles graduated in the same way, finds the roots of equations.

In the arrangement of these rules all the respective coefficients lie in the same straight line. From a point of which line, as far removed from the first rule as the graduated scales are from one another, in turn, **a straight line is drawn over them**, so as to agree with the conditions conforming with the nature of the equation; in one of these rules is given the pure power of the required root.”



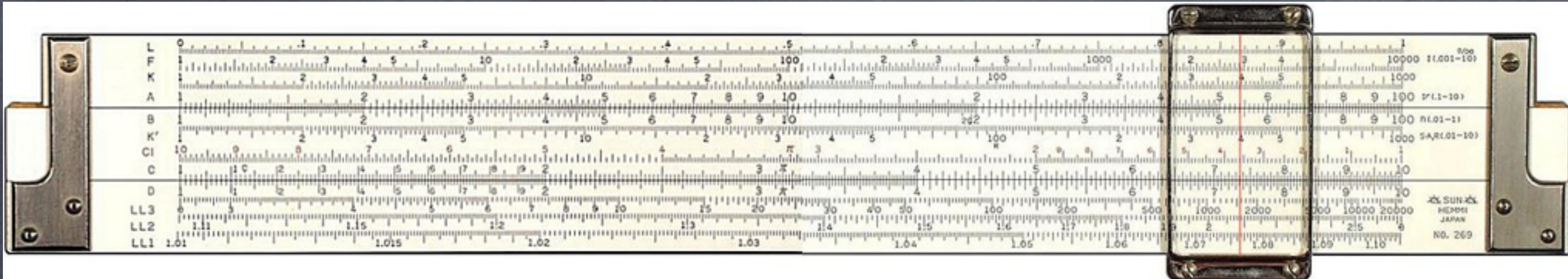
[HEMMI] Tokyo (Japón)

- Fundada en 1,895 por Jiro Hemmi
 - En 1,909, tras muchos experimentos con distintos tipos de maderas Jiro Hemmi fabrica la primera regla de bambú "moso" contrachapado en láminas como "libre de defectos".
 - En 1,917 patentó la marca y logo "SUN"
 - En 1,965 Hemmi abastecía el 80% de la demanda mundial
 - En la década de los 60 producía más de 1 millón de reglas al año
 - Dejó de producir reglas de cálculo en 1,975
 - En 1,950 introdujo un código de datación mediante letras
 - A:1,950, B:1,951, C:1,952, ..., U:1,970, ..., Y:1,974, **Z:1,975 !**

[HEMMI] Tokyo (Japón)



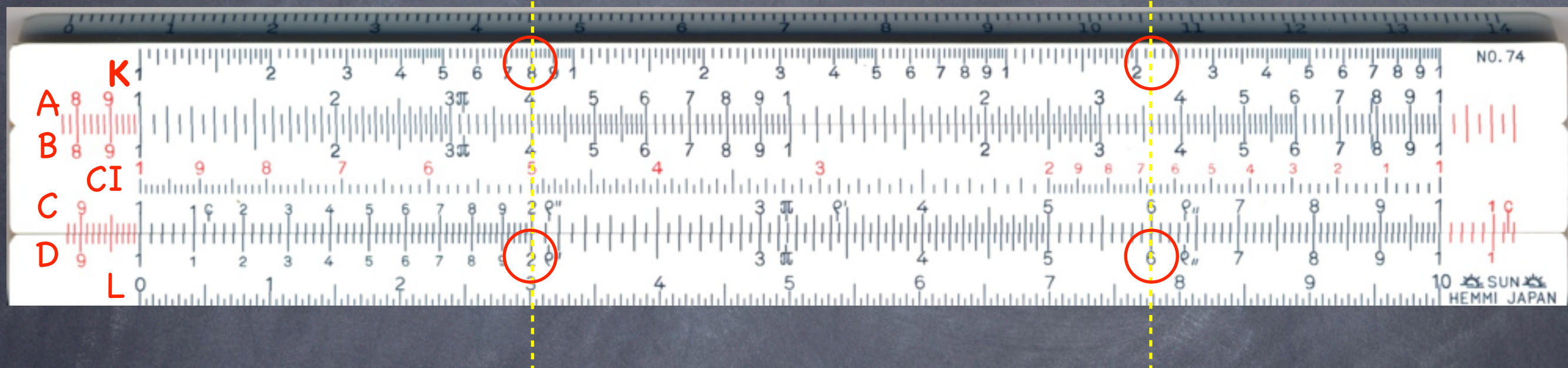
[HEMMI] Tokyo (Japón)



Cubos y Raíces cúbicas con la escala **K**

$$2^3 = 8$$

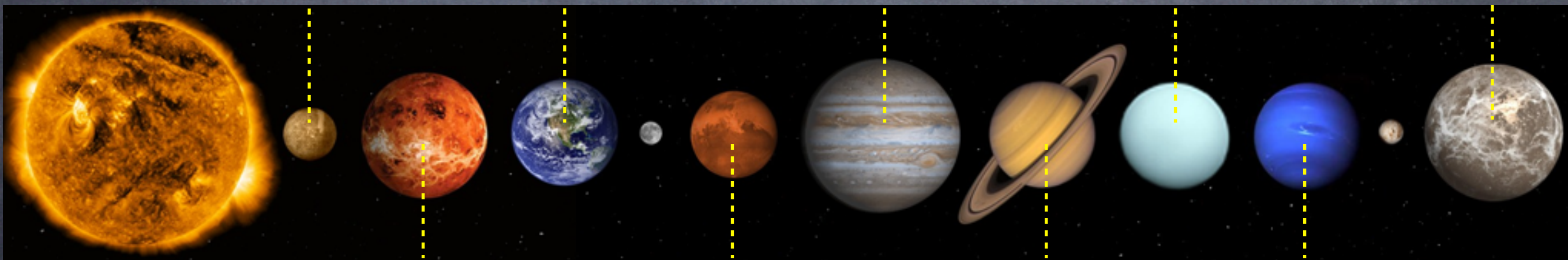
$$6^3 = 216$$



Cálculo del periodo orbital de los planetas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

UA	Mercurio	La Tierra	Júpiter	Urano	Plutón
R	0.32	1	5.20	19.2	39.3



UA	Venus	Marte	Saturno	Neptuno
R	0.72	1.52	9.58	30.0

Cálculo del periodo orbital de los planetas

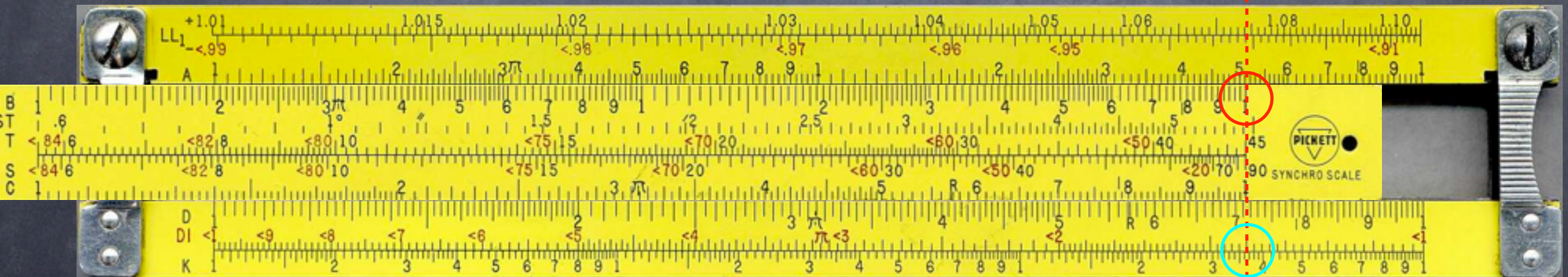
• Planetas interiores (días)

- PASO 1: Fijamos la reglilla a partir del valor conocido (La Tierra): 1 UA → 365 días

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

La Tierra

1



365 días

Cálculo del periodo orbital de los planetas

• Planetas interiores (días)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

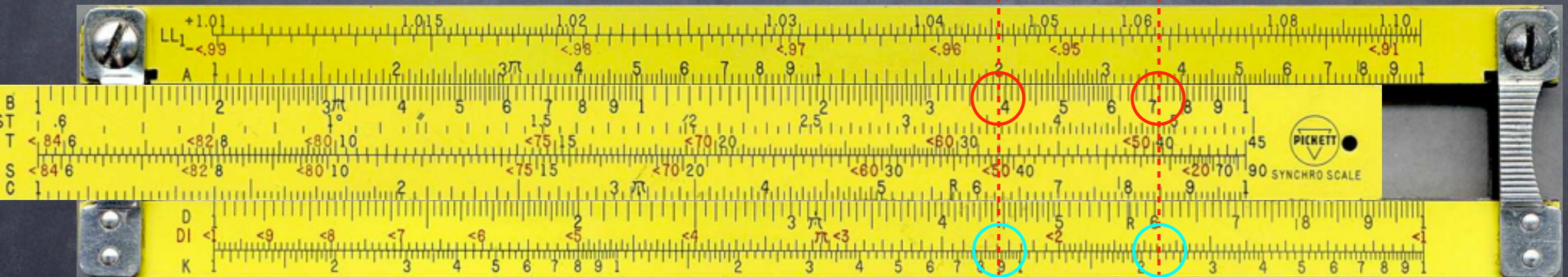
- PASO 2: Leemos directamente los periodos orbitales de Mercurio Venus en días.

Mercurio

0.39

Venus

0.72



88 días

225 días

Cálculo del periodo orbital de los planetas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

T 88 días

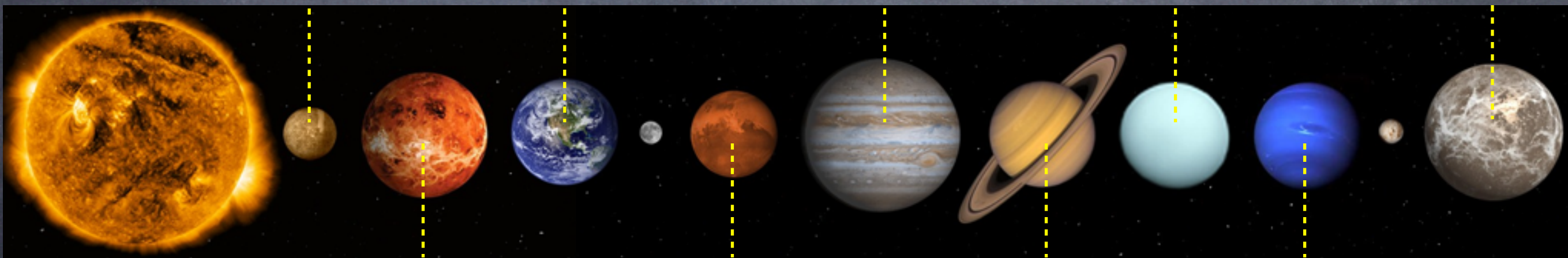
UA Mercurio
R 0.39

La Tierra
1

Júpiter
5.20

Urano
19.2

Plutón
39.3



UA Venus
R 0.72
T 225 días

Marte
1.52

Saturno
9.54

Neptuno
30.0

Cálculo del periodo orbital de los planetas

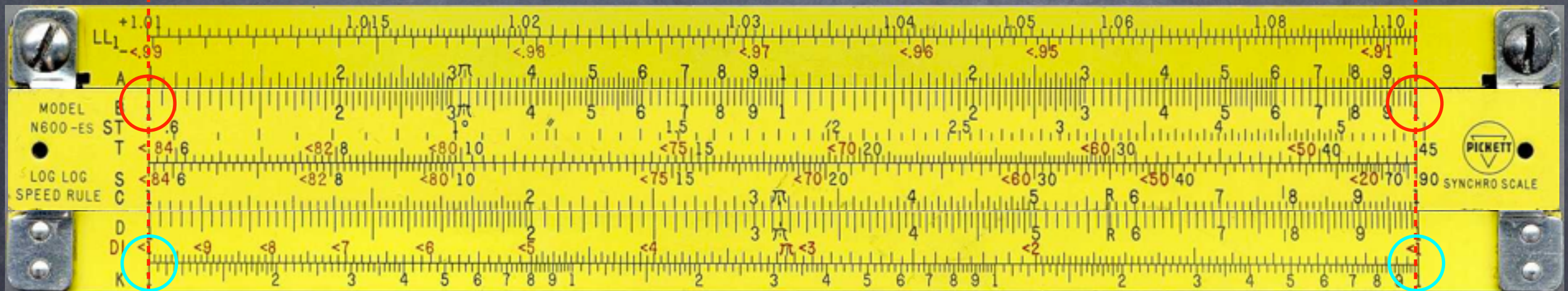
• Planetas exteriores (años)

- PASO 1: Fijamos la reglilla a partir del valor conocido (La Tierra): 1 UA → 1 año

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

La Tierra

1



1 año

La Tierra

1

1 año

Cálculo del periodo orbital de los planetas

• Planetas exteriores (años)

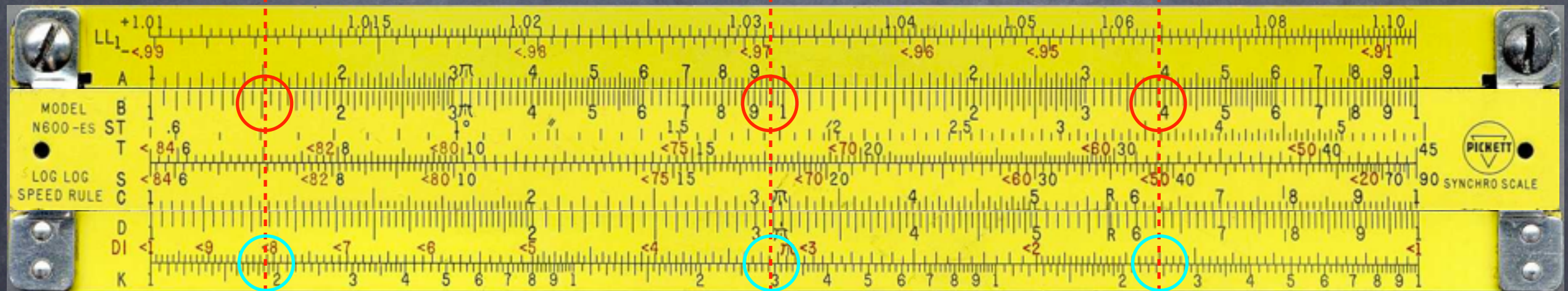
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

- PASO 2: Leemos directamente los periodos orbitales de los planetas exteriores en años.

Marte
1.52

Saturno
9.54

Plutón
39.3



1.88 años

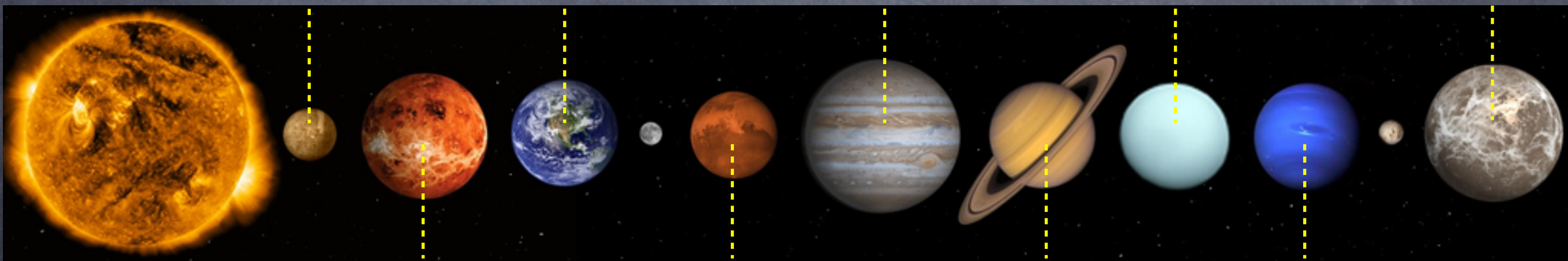
29.5 años

248 años

Cálculo del periodo orbital de los planetas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

T	88 días			11.9 años	84 años	248 años
UA	Mercurio	La Tierra		Júpiter	Urano	Plutón
R	0.39	1		5.20	19.2	39.3



UA	Venus	Marte	Saturno	Neptuno
R	0.72	1.52	9.54	30.0
T	225 días	1.88 años	29.5 años	165 años

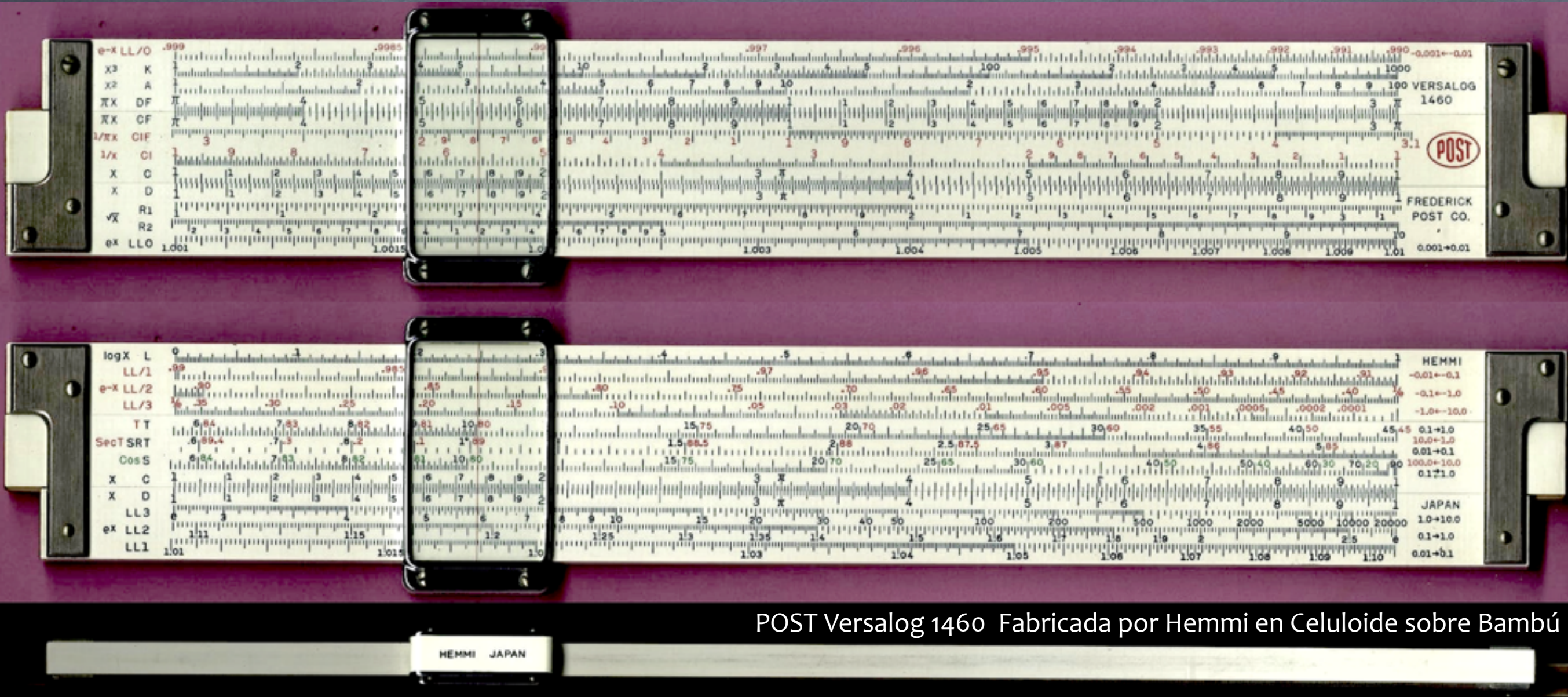
Nombres de las escalas

- Históricas A, B, C y D
 - C y D para multiplicar y dividir
 - A y B para cuadrados y raíces cuadradas
- Trigonométricas y logarítmicas
 - S para el seno, T para la tangente
 - L para el logaritmo, LL para el doble logaritmo
- Modificadas
 - F (folded) para las escalas desplazadas CF, DF
 - I para las escalas invertidas CI, también CIF, ...
- Etiquetar o no etiquetar las escalas
 - Algunos fabricantes las documentan
 - $C=x$, $A=x^2$, $K=x^3$,...



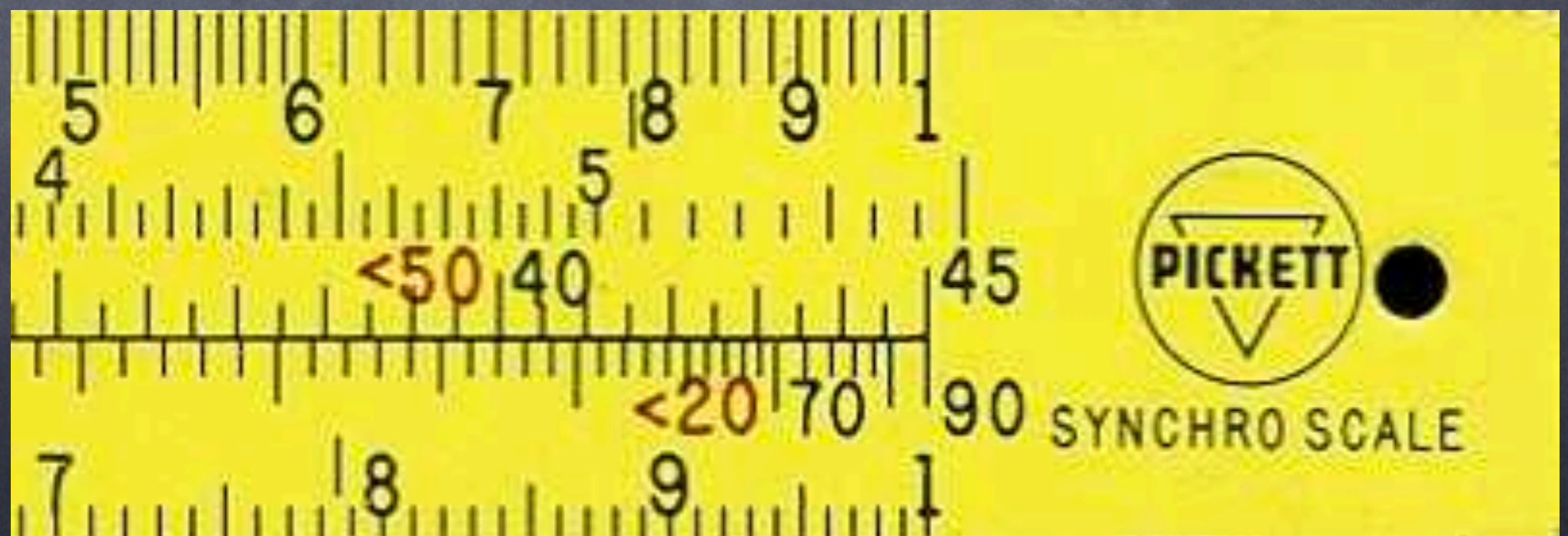
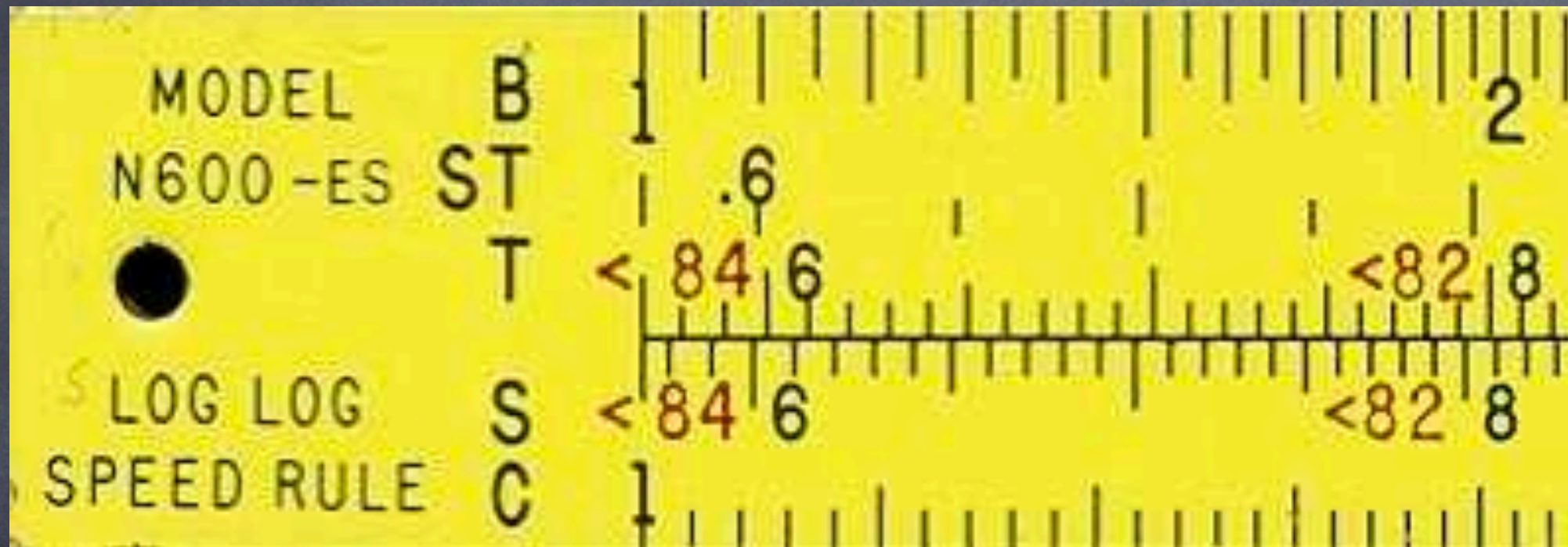
[POST] Chicago (USA)

- Fundada en 1890 por Frederick Post
 - Comercializó reglas fabricadas por Aristo, FC y Nestler
 - A partir de 1,932 las reglas fueron fabricadas por Hemmi



POST Versalog 1460 Fabricada por Hemmi en Celuloide sobre Bambú

Cálculos trigonométricos



Clasificación básica de las reglas de cálculo

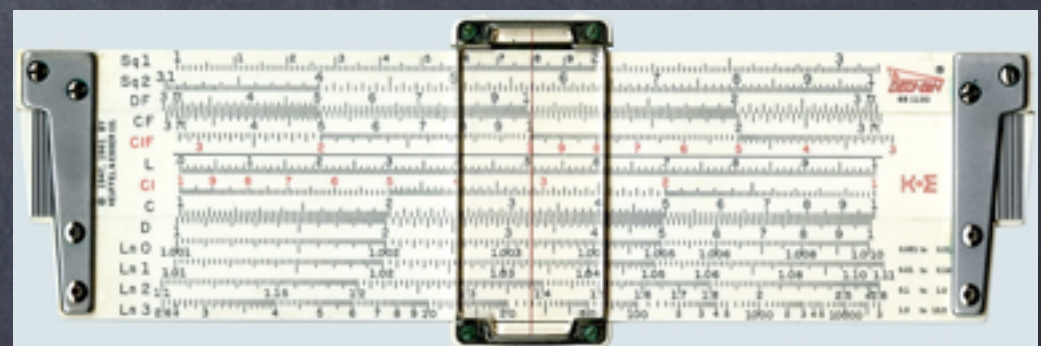
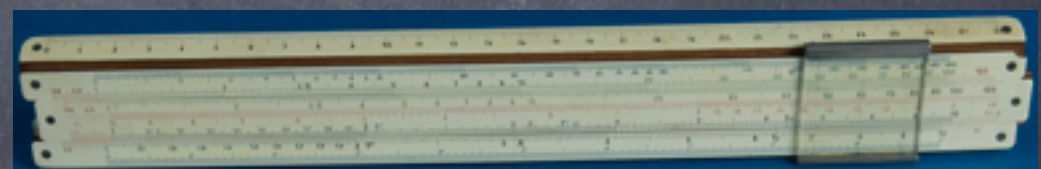
Tipología

- De cuerpo cerrado
- De cuerpo abierto (Dúplex)
- Circulares



Material

- Madera
- Celuloide sobre madera
 - Caoba, Bambú
- Metal
 - Acero, Aluminio
- Plástico
- Cartón



¿Han muerto las reglas de cálculo?

- Todos los grandes fabricantes dejaron de producir entre 1,975 y 1,976, debido a la popularización de las calculadoras electrónicas.
 - La HP-35 (1,972) que se vendía por 300\$ de la época inició el fulminante declive de la industria de las reglas de cálculo
- K&E fabricó su última regla el 11 de Julio de 1,976
 - La donó al Smithsonian Institute (Washington)
- Pequeños grupos de irreductibles apasionados de las reglas de cálculo continúan hoy en día divulgando su conocimiento e impulsando su reintroducción en el sistema educativo
 - www.reglasdecalculo.org Único foro activo en español
 - <https://groups.yahoo.com/neo/groups/sliderule/info> (ISRG)



El viento se levanta. La vida de Jiro Horikoshi

• Hayao Miyazaki (2,013)



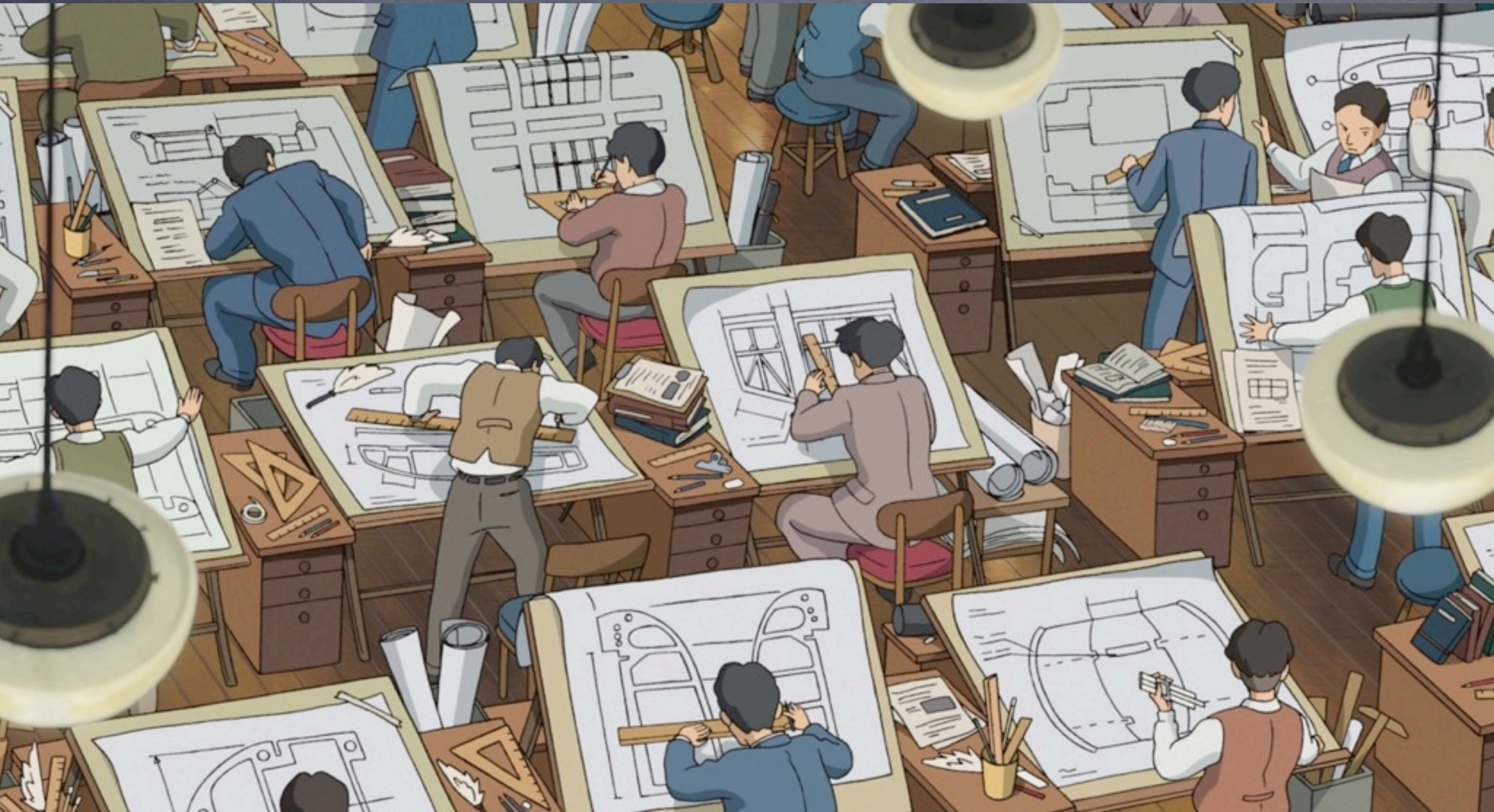


PG-13
SOME DISTURBING
IMAGES AND
SMOKING

スタジオジブリ作品
STUDIO GHIBLI

La simplicidad es una gran virtud,
pero requiere mucho trabajo conseguirla y educación para apreciarla.
Y para hacer las cosas peores, la complejidad se vende mejor.

E.W.Dijkstra





¡ Muchas gracias !